

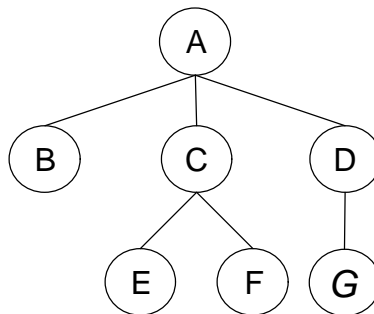
UFSC-CTC-INE
INE5384 - Estruturas de Dados

Árvores

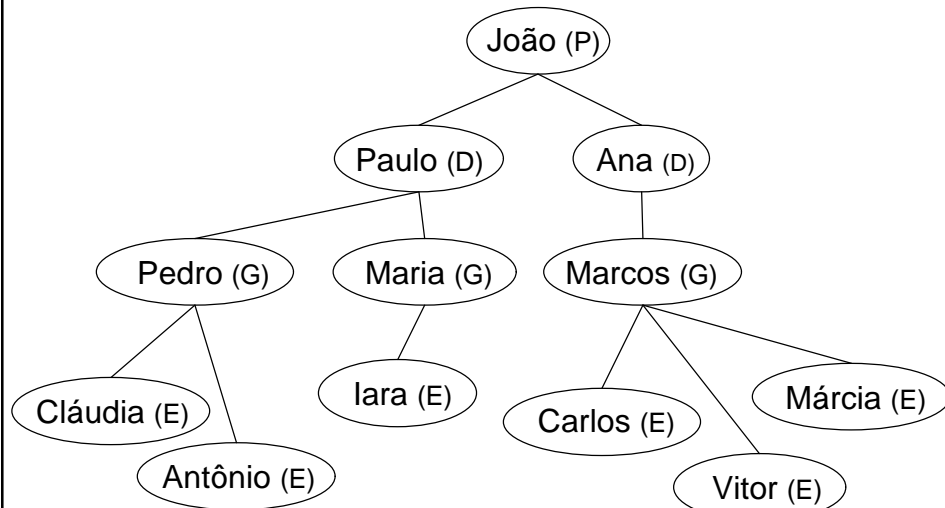
Prof. Ronaldo S. Mello
2002/2

Árvore

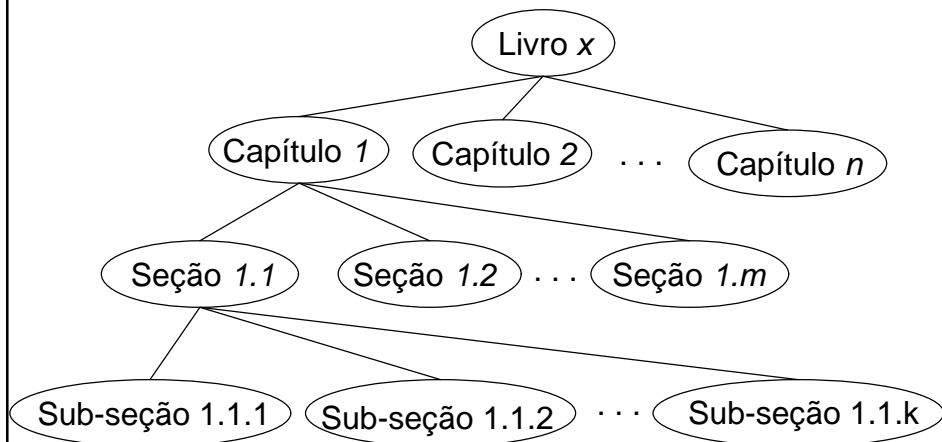
- Uma árvore é uma estrutura que mantém uma relação de **hierarquia** ou **composição** entre os dados



Exemplo



Exemplo



Definição de Árvore

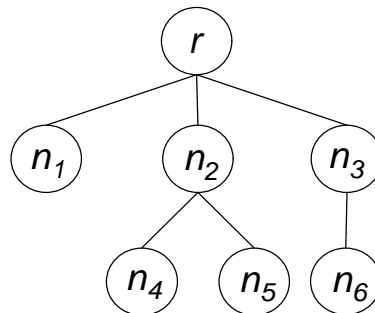
Uma árvore A é uma ED tal que:

- existe um nodo **raiz** r
- existem outros nodos n_1, n_2, \dots, n_m , $m \geq 0$, associados a r que são raízes de subárvores disjuntas A_1, A_2, \dots, A_m

Definição de Árvore

Uma árvore A é uma ED tal que:

- existe um nodo **raiz** r
- existem outros nodos n_1, n_2, \dots, n_m , $m \geq 0$, associados a r que são raízes de subárvores disjuntas A_1, A_2, \dots, A_m

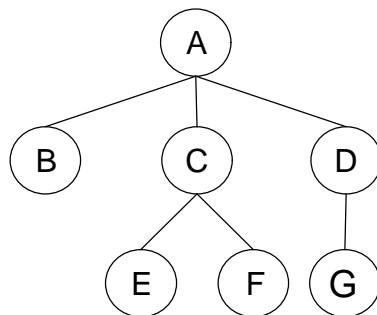


Terminologia

- Grau de um nodo
- Nodo folha e nodo interno
- Caminho
- Profundidade ou Nível de um nodo
- Nodo pai, nodo filho e nodo irmão
- Nodo ancestral e nodo descendente
- Altura de uma árvore
- Árvore ordenada e árvore orientada
- Floresta

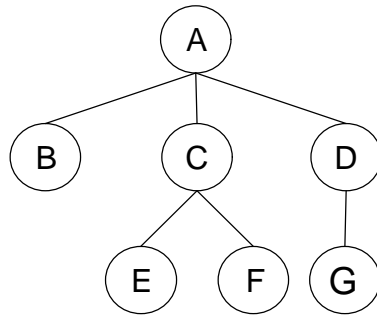
Grau de um Nodo

- Denotado por $g(n)$
- É o número de subárvores de um nodo



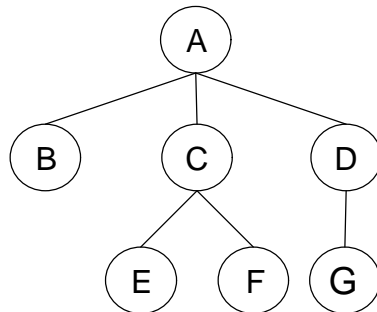
Nodo Folha e Nodo Interno

- n é um **nodo folha** se $g(n) = 0$
- m é um **nodo interno** se $g(m) > 0$



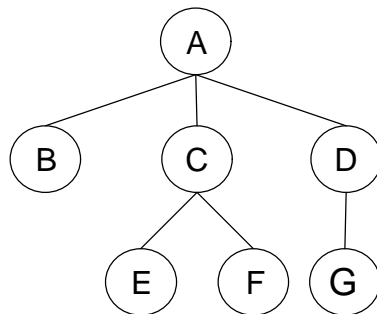
Caminho

- Um **caminho** C em uma árvore é uma seqüência de nodos relacionados na forma $C = n_1, n_2, \dots, n_m, m > 0$, sendo n_i hierarquicamente superior a n_{i+1}
- $length(C) = m - 1$ (**comprimento** de C)



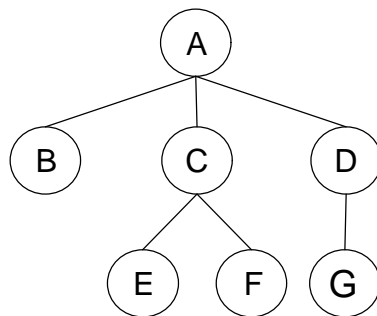
Profundidade de um Nodo

- Denotado por $p(n)$
- $p(n) = \text{length}(C)$, sendo $C = r, \dots, n$



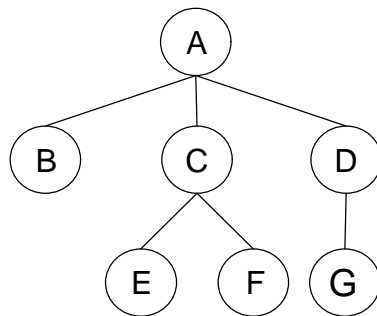
Nodo Pai e Nodo Filho

- dados 2 nodos n_i e n_j , se **existe** um caminho a partir da raiz que passa por n_i e n_j e $p(n_j) = p(n_i) + 1$, então n_i é **nodo pai** de n_j e, conseqüentemente, n_j é **nodo filho** de n_i



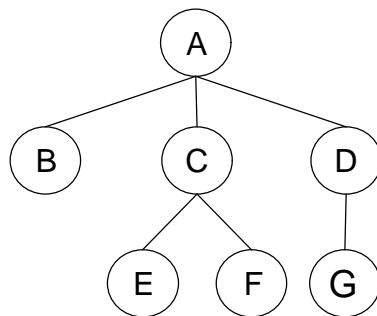
Nodo Irmão

- Dois nodos n_i e n_j são **irmãos** se possuem o mesmo nodo pai



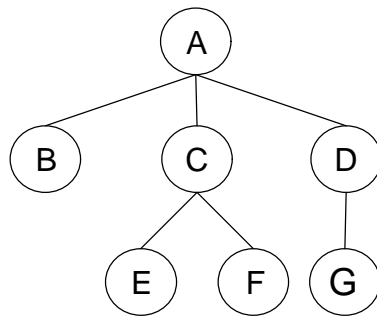
Nodos Ancestral e Descendente

- dados 2 nodos n_i e n_j , se existe um caminho a partir da raiz que passa por n_i e n_j e $p(n_j) \leq p(n_i)$, então n_i é **ancestral** de n_j e, conseqüentemente, n_j é **descendente** de n_i



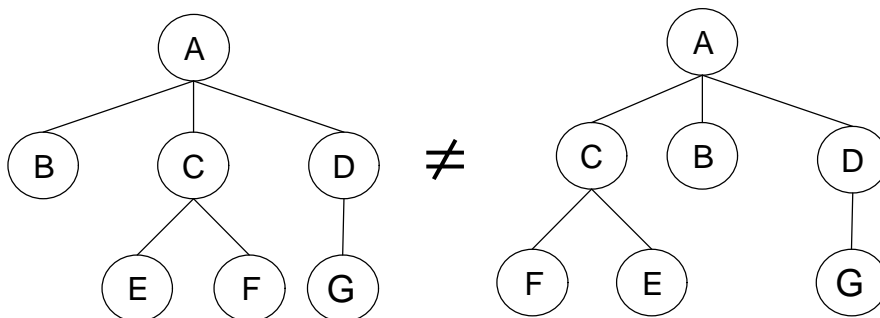
Altura de uma Árvore

- Denotado por $h(A)$
- $h(A) = \max(p(n_i))$, para $n_i \in A$



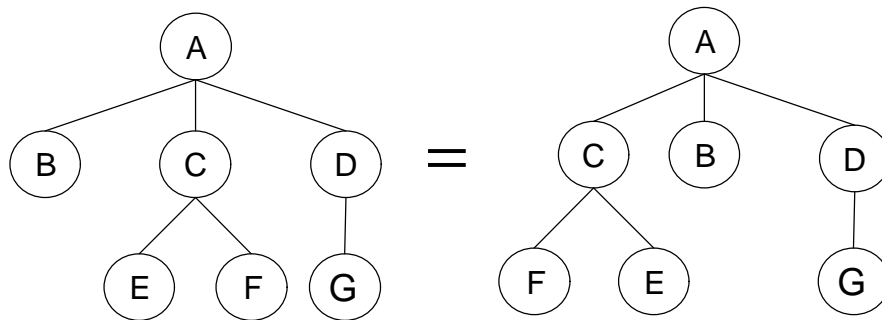
Árvore Ordenada

- Árvore na qual a ordem das subárvores é **significativa**



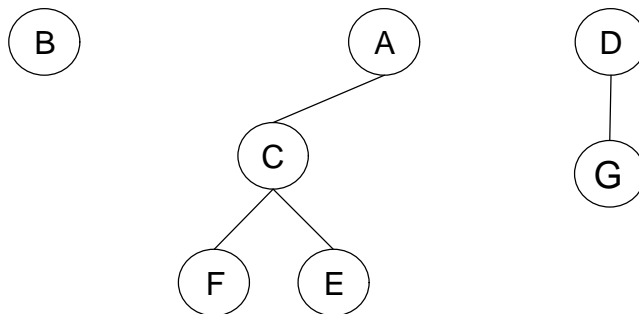
Árvore Orientada

- Árvore na qual a ordem das subárvores **não** é significativa



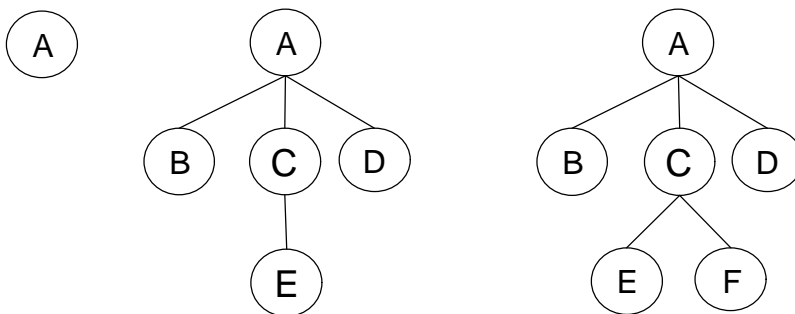
Floresta

- Uma **floresta** $F = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ é um conjunto de $n \geq 0$ árvores disjuntas



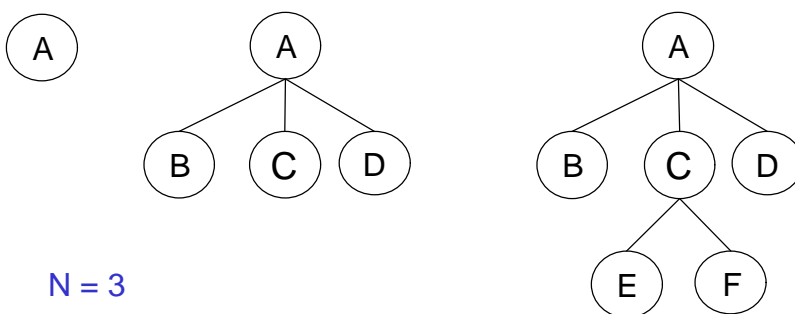
Árvore N-ária

- Uma árvore A é dita **N-ária** se
$$\forall n_i \in A (g(n_i) \in [0, N])$$
- Exemplo: $N = 3$



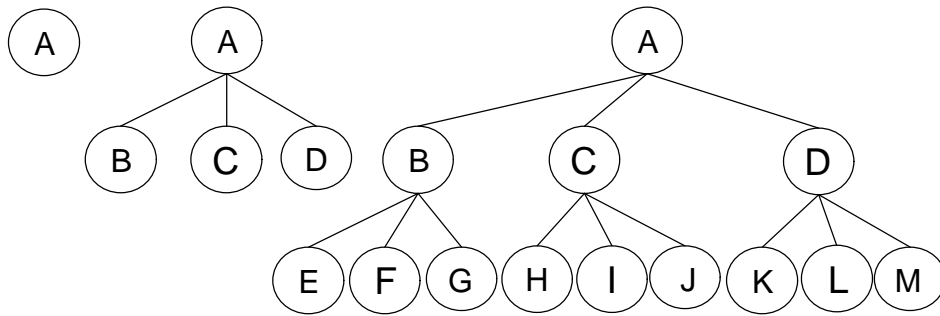
Propriedade (P1)

- “Em uma árvore N-ária A com altura $h(A)$, o número máximo de nodos folha é $N^{h(A)}$ ”



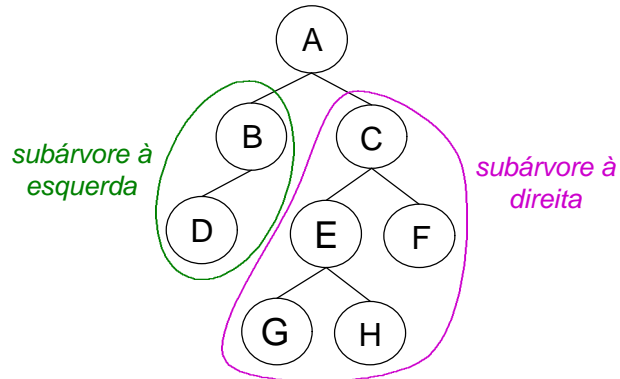
Árvore Cheia

- Árvore N-ária A cujo número de nodos folha é $N^{h(A)}$



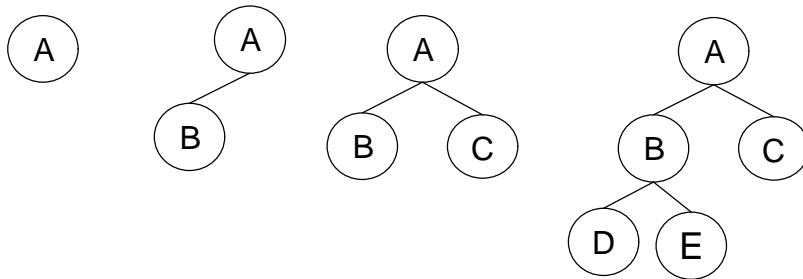
Árvore Binária

- Uma **árvore binária** é uma árvore N-ária com $N = 2$
- Uma árvore binária é **ordenada** por *default*



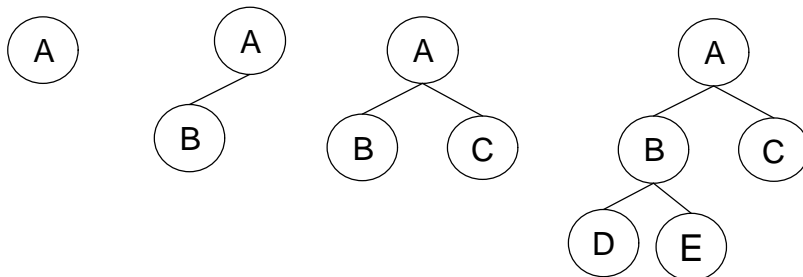
Propriedade (P2)

- “O número máximo de nodos em uma árvore binária A com altura $h(A)$ é $2^{h(A)+1}-1$ ”



Propriedade (P3)

- “A altura $h(A)$ de uma árvore binária A com n nodos é $\lfloor \log_2 n \rfloor$ ”

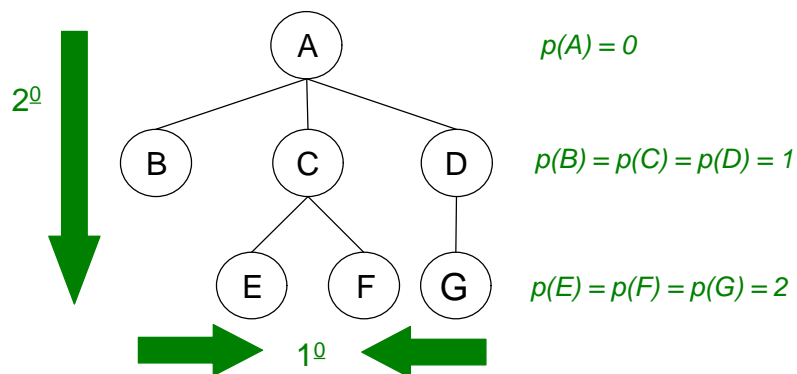


Caminhamento em Árvores

- Métodos de pesquisa em uma árvore para fins de consulta e/ou atualização de dados
- Existem dois métodos:
 - busca em largura (*breadth-first-traversal*)
 - busca em profundidade (*depth-first-traversal*)

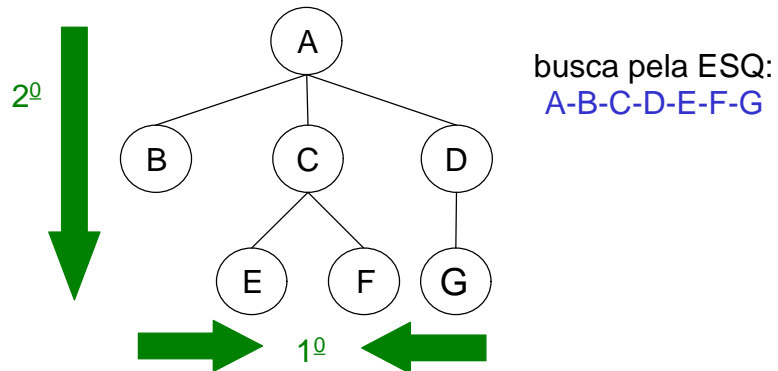
Busca em Largura

- Percorre a árvore por **ordem de profundidade de nodo**



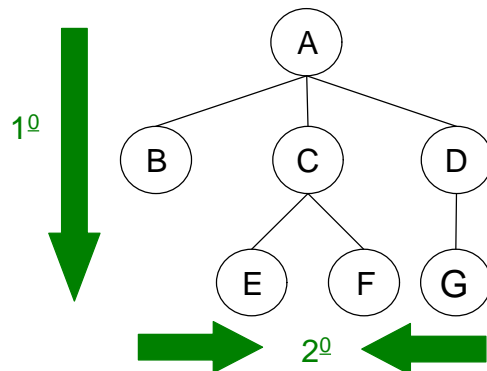
Busca em Largura

- Percorre a árvore por **ordem de profundidade de nodo**



Busca em Profundidade

- Percorre a árvore por **ordem de sub-árvore** (recursivamente)

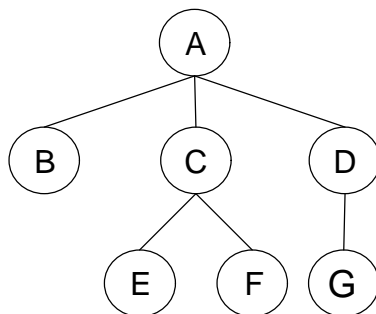


Busca em Profundidade

- Existem 3 tipos de pesquisa:
 - pré-ordem (ou pré-fixada)
 - pós-ordem (ou pós-fixada)
 - in-orem (ou in-fixada ou central)

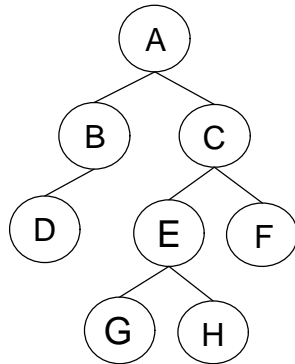
Pesquisa em Pré-Ordem

- Passos:
 - Visita o nodo raiz
 - Pesquisa em pré-ordem cada uma das subárvores (pela ESQ (*default*) ou pela DIR)



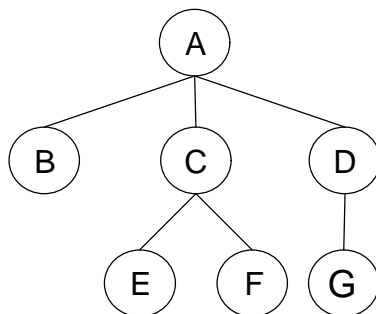
Pré-Ordem em Árvore Binária

- **Passos:**
 - Visita o nodo raiz
 - Pesquisa em pré-ordem a subárvore à ESQ
 - Pesquisa em pré-ordem a subárvore à DIR



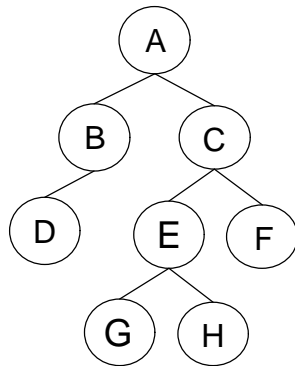
Pesquisa em Pós-Ordem

- **Passos:**
 - Pesquisa em pós-ordem cada uma das subárvores (pela ESQ (*default*) ou pela DIR)
 - Visita o nodo raiz



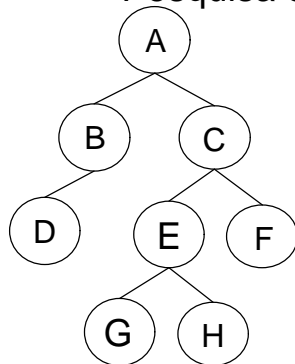
Pós-Ordem em Árvore Binária

- **Passos:**
 - Pesquisa em pós-ordem a subárvore à ESQ
 - Pesquisa em pós-ordem a subárvore à DIR
 - Visita o nodo raiz



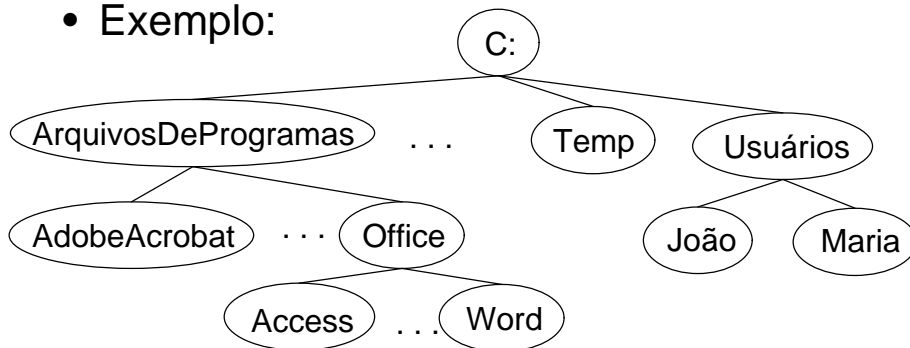
Pesquisa em In-Ordem

- Aplica-se apenas a **árvores binárias**
- **Passos:**
 - Pesquisa em in-ordem a subárvore à ESQ
 - Visita o nodo raiz
 - Pesquisa em in-ordem a subárvore à DIR



Pesquisa em Árvores

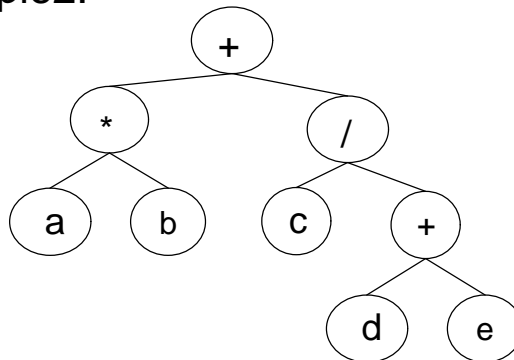
- O método de pesquisa a ser utilizado depende da intenção da aplicação
- Exemplo:



C: (ArquivosDeProgramas (AdobeAcrobat; ...; Office (Access; ...; Word)); Temp; Usuários (João; Maria))

Pesquisa em Árvores

- Exemplo2:



$a * b + c / (d + e)$