INE 7001 - Procedimentos de Análise Bidimensional de variáveis QUANTITATIVAS utilizando o Microsoft Excel 2007.
Professor Marcelo Menezes Reis

O objetivo deste texto é apresentar os principais procedimentos de Análise Bidimensional de variáveis quantitativas, tal como apresentados em sala, mas utilizando a planilha eletrônica Excel. Os dados estão na planilha "Temperatura e vendas", do arquivo Bidimensional.xls, disponível nas páginas das disciplinas: contém as informações sobre 250 pares de observações temperatura (em graus Celsius) e quantidade vendida de refrigerantes.

Os procedimentos foram preparados utilizando a versão 2007 do Excel. Há algumas diferenças em relação às versões mais modernas (2010), mas a essência permanece a mesma.

1. Construção de diagrama de dispersão para as variáveis.

No presente caso, em que há apenas 2 variáveis, é possível construir um diagrama de dispersão, relacionando temperatura e vendas. O objetivo é avaliar a força, a direção e a forma de uma eventual correlação entre elas: com isso será possível avaliar qual modelo de regressão aplicar para prever os valores de uma variável em função dos da outra. Os dados de interesse estão mostrados na figura 1:

	A	B
1	Temperatura	Vendas
2	31.19	1321
3	31.28	1492
4	29.85	1495
5	32.41	1386
6	32.17	1672
7	31.87	1498
8	34.89	2702
9	30.84	1413
10	36.21	3252
11	31.36	1502
12	33.83	1937
13	33.45	2136
14	29.82	1480
15	33.27	2014

Figura 1 - Temperatura e vendas

Na coluna A encontram-se os valores de Temperatura, e na coluna B os das Vendas. É preciso identificar corretamente qual variável é a independente e qual é a dependente: caso contrário o diagrama estará completamente errado, o modelo eventualmente ajustado também, e as decisões tomadas com base neles pouca validade terão. É razoável imaginar que a Temperatura possa influenciar as Vendas de refrigerante: maiores valores de Temperatura poderiam causar maiores valores de Vendas. Sendo assim, Temperatura será a variável independente, sendo então representada no eixo X, e Vendas a variável dependente, ocupando o eixo Y.

Passamos agora a construção do diagrama de dispersão propriamente dito. Recomenda-se colocar o cursor em uma célula vazia da planilha, para evitar que o Excel selecione automaticamente dados que não sejam do nosso interesse.

Em seguida, no menu Inserir, procure por Gráficos, depois por Dispersão, e depois selecione "Dispersão Somente com Marcadores", como na Figura 2:

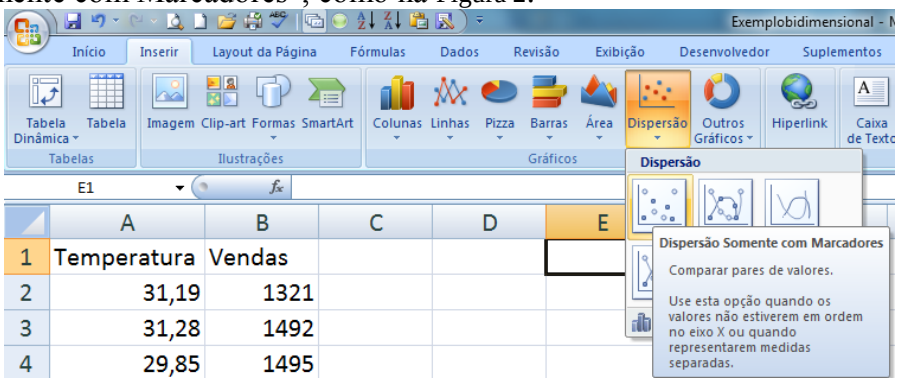


Figura 2 – Menu Inserir – Gráficos – Dispersão – Dispersão somente com Marcadores

Após pressionar "Dispersão Somente com Marcadores" surgirá um gráfico em branco. Precisamos, então, entrar com os dados. Basta selecionar o gráfico e pressionar o botão direito do mouse para surgirem as várias opções disponíveis, como na Figura 3:

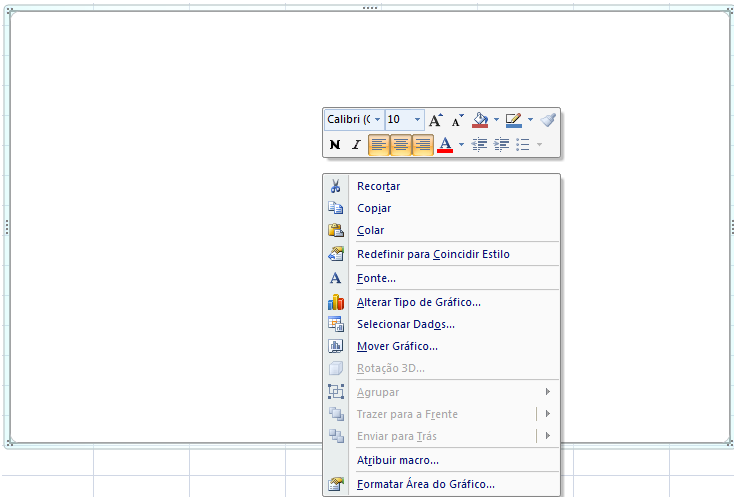


Figura 3 - Opções do gráfico de dispersão

A opção que nos interessa aqui é "Selecionar Dados". Pressionando-a, chegamos à Figura 4:

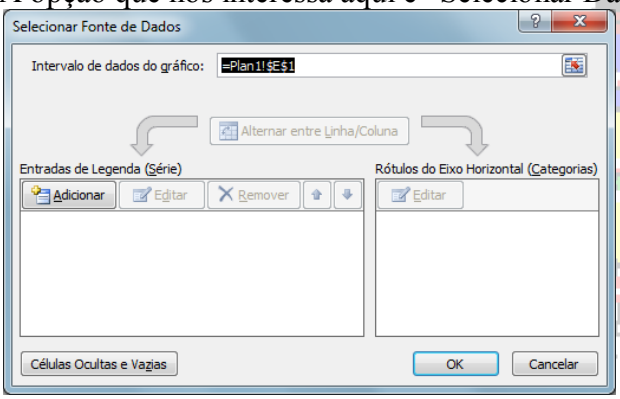


Figura 4 - Seleção de fonte de dados para gráfico

No campo "Intervalo de dados do gráfico" está a célula vazia que selecionamos no início. Para podermos entrar com dados precisamos adicionar uma nova série de dados: pressionando "Adicionar" surgirá a **Erro! Fonte de referência não encontrada.**. Basta selecionar as células onde estão os dados de X, no nosso caso as células A2 a A251, e as de Y (B2 a B251). AVISO IMPORTANTE: selecione as células na planilha, não digite os nomes, não sei por que, não funciona... Veja a

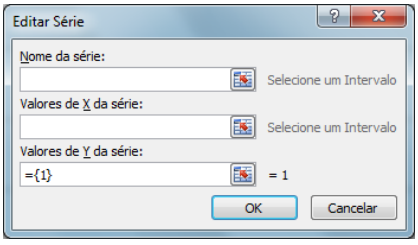


Figura 5 - Caixa de seleção de dados

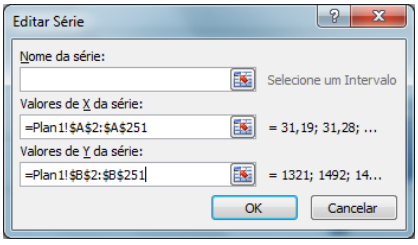


Figura 6 - Caixa de seleção de dados - completa

Pressionando OK volta-se à Figura 4 e o resultado é o gráfico da Figura 7.

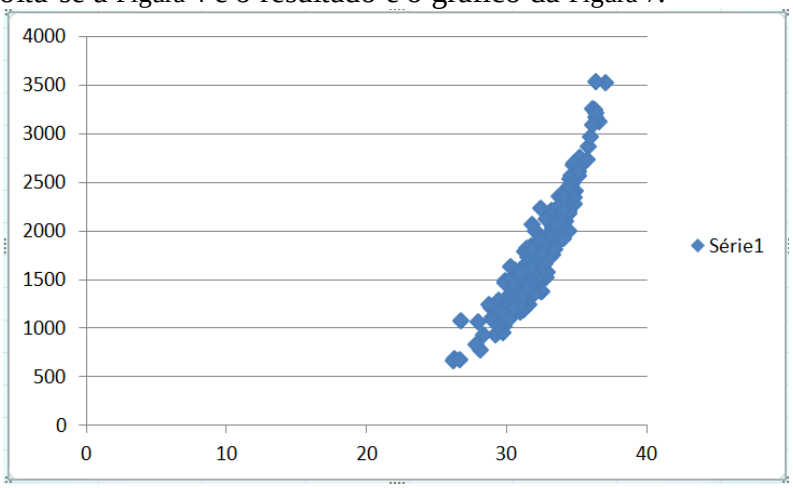


Figura 7 - Diagrama de dispersão de Temperatura x Vendas de refrigerante – 1ª tentativa

Obviamente o gráfico da Figura 7 não está pronto: aparece uma legenda desnecessária (Série 1, que apenas faria sentido se fossemos acrescentar mais outros conjuntos de dados ao mesmo gráfico, o que não é o caso), não há informação sobre os nomes das variáveis (e nem título do gráfico), e a escala horizontal não permite uma adequada visualização dos pontos.

Para remover a legenda basta selecioná-la com o mouse e pressionar "Del". Os outros aspectos exigem a seleção do gráfico. Ao fazer isso o Excel habilita as "Ferramentas de gráfico" que incluem "Design", "Layout" e "Formatar", conforme visto na Figura 8.

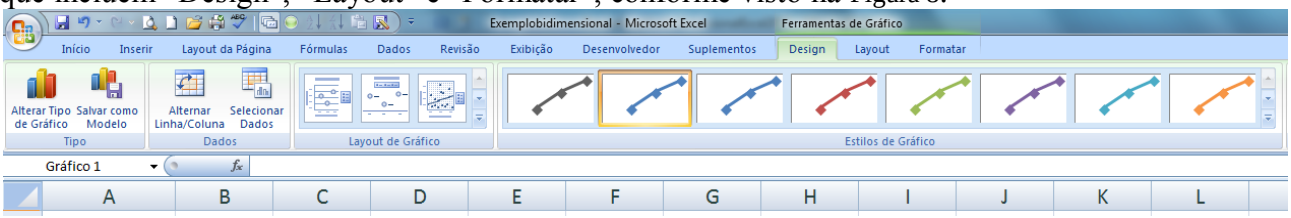


Figura 8 - Ferramentas de Gráfico - Design

É possível alterar o tipo de gráfico e fazer várias alterações no estilo (mudando as cores dos pontos e o fundo). Não vamos mudar nada neste menu. Selecione "Layout", para chegar na Figura 9.

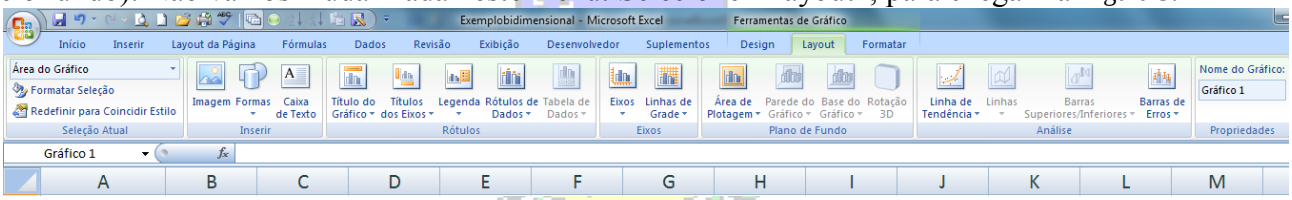


Figura 9 - Ferramentas de Gráfico - Layout

Neste menu podemos acrescentar o título do gráfico, os títulos dos eixos, e a própria formatação dos eixos (incluindo as suas escalas). Selecionando "Título do Gráfico" podemos escolher seu posicionamento, Acima do Gráfico (Figura 10). Depois basta selecionar o título e mudá-lo, resultando na Figura 11.

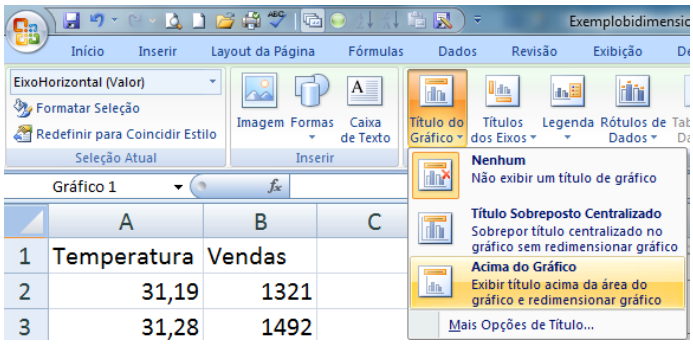


Figura 10 - Posicionamento do título do gráfico

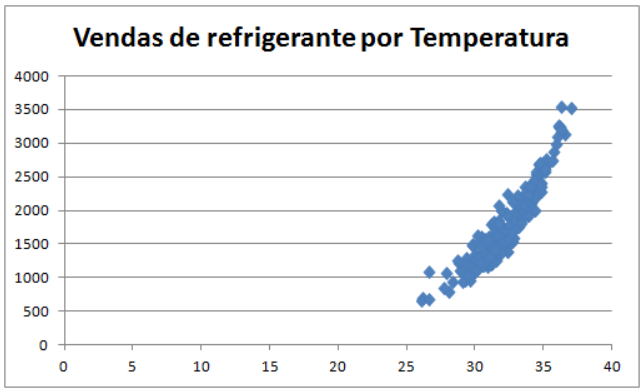


Figura 11 - Diagrama de dispersão de Temperatura x Vendas de refrigerante – 2ª tentativa

Para os nomes dos eixos basta selecionar "Título do Eixo Horizontal Principal", que será Temperatura em graus Celsius (variável X, independente, que PODE influenciar a outra), e "Título do Eixo Vertical Principal", que será Vendas em R$ 1000 (variável Y, dependente). Ver Figura 12.

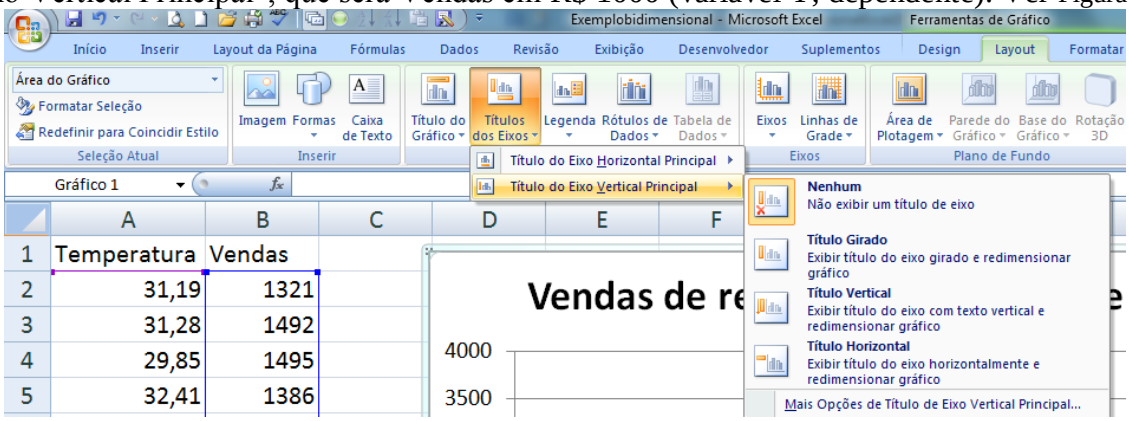


Figura 12 - Seleção dos títulos dos eixos principais

No eixo vertical escolhemos a posição "Título Girado" e no horizontal "Título Abaixo do Eixo". Novamente, precisamos selecionar e mudar os títulos, resultando na Figura 13. É crucial que haja referência à escala das variáveis.

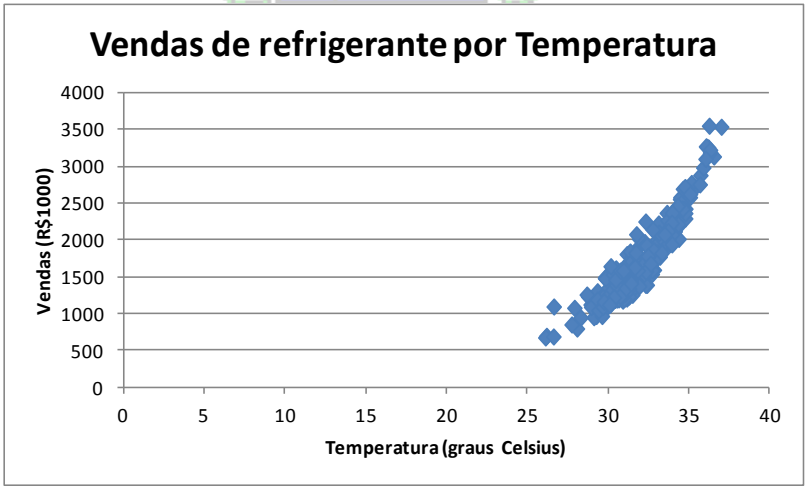


Figura 13 - Diagrama de dispersão de Temperatura x Vendas de refrigerante – 3ª tentativa

Agora precisamos modificar apenas a escala do eixo horizontal, que está variando de 0 a 40 graus Celsius. Mas, o menor valor de temperatura está acima de 25 graus Celsius, portanto devemos mudar o mínimo da escala para começar em 25, mantendo o máximo em 40, e podemos também modificar o passo da escala de 5 para 1 grau. Veja a Figura 14.

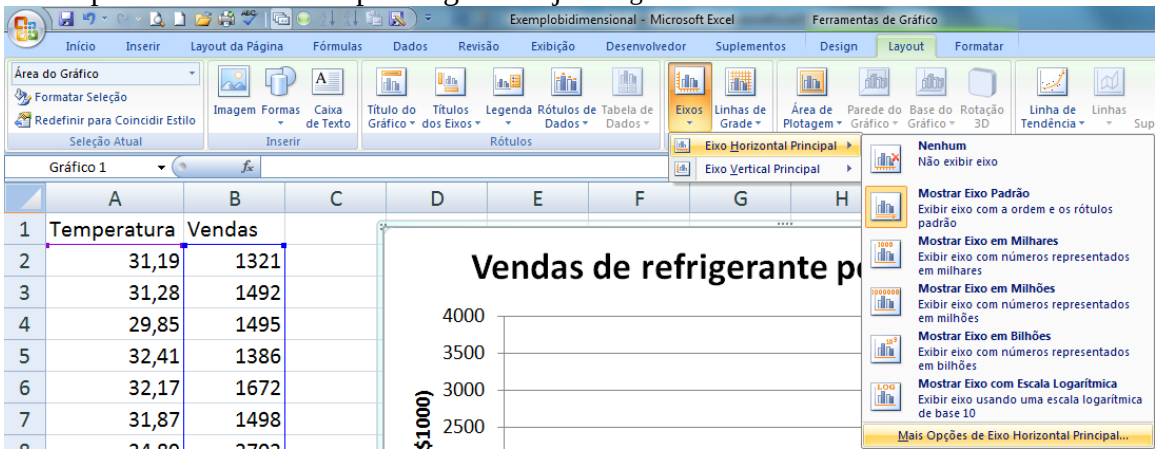


Figura 14 - Opções do Eixo Horizontal Principal

Selecionando "Mais Opções do Eixo Horizontal Principal" chegamos à Figura 15.

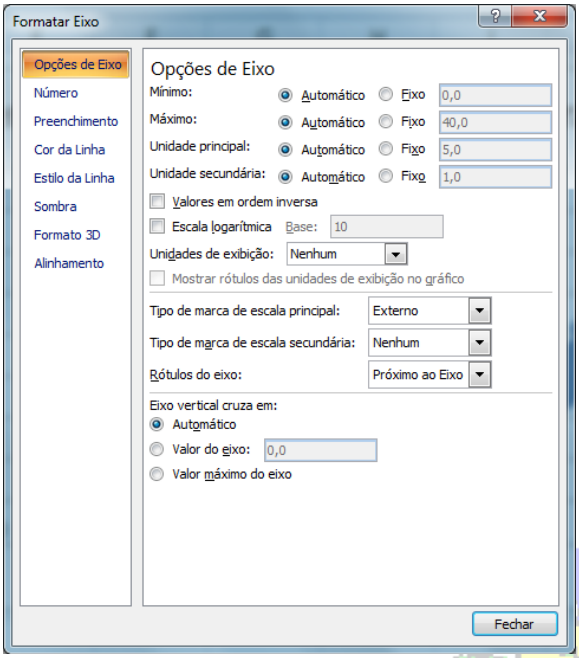


Figura 15 - Opções de formatação de eixo

Os dois aspectos mais importantes são "Opções de Eixo", que incluem a escala, e "Número", que permite mudar o formato dos dados, incluindo o número de casas decimais.

Em "Opções de Eixo" vamos mudar o mínimo de "Automático" para "Fixo", com o valor mudado para 25. E "Unidade principal" de "Automático" para "Fixo", com o valor mudado para 1. O resultado pode ser visto na Figura 16.

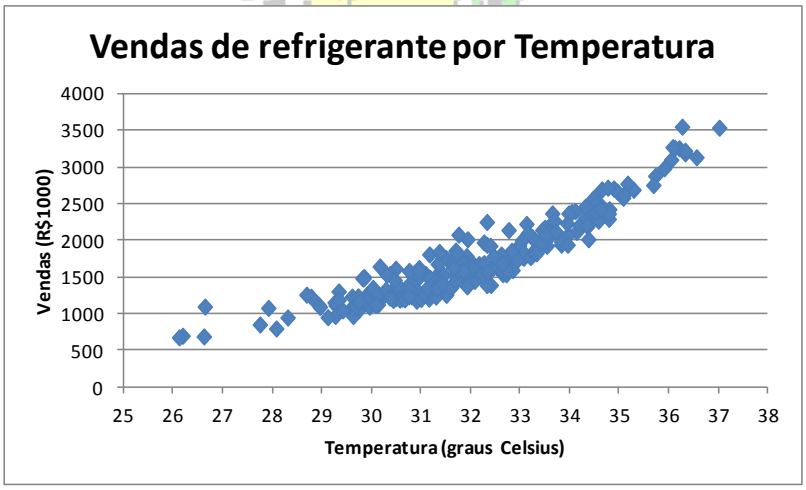


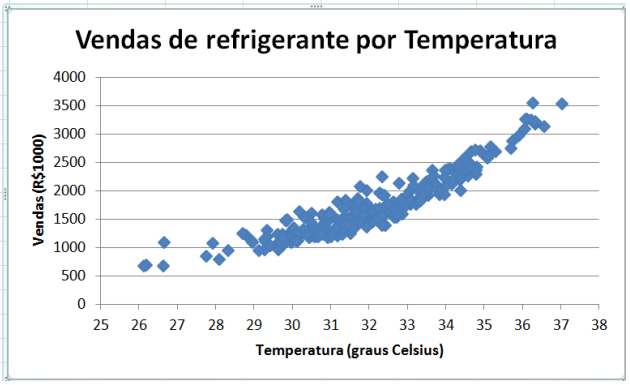
Figura 16 - Diagrama de dispersão de Temperatura x Vendas de refrigerante – final

Agora podemos fazer uma análise do diagrama de dispersão:

- as variáveis parecem estar fortemente correlacionadas, porque os pontos encontram-se bastante próximos.
- a correlação entre elas parece ser positiva, pois se observa que a nuvem de pontos tem um comportamento crescente, ou seja, maiores valores de temperatura, maiores valores de vendas (e é razoável imaginar que realmente um aumento na temperatura cause um aumento nas vendas).
- quanto à forma do relacionamento, isto é, que tipo de curva poderia ser ajustada aos dados para realização de previsões, talvez seja interessante pensar em um polinômio de segundo grau, ou uma exponencial; a utilização de uma reta talvez não seja uma boa ideia.

Se colocarmos o mouse sobre o gráfico (na parte branca) e pressionarmos o botão esquerdo, teremos uma situação semelhante à mostrada na Figura 17.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Temperatura	Vendas									
2	31,19	1321									
3	31,28	1492									
4	29,85	1495									
5	32,41	1386									
6	32,17	1672									
7	31,87	1498									
8	34,89	2702									
9	30,84	1413									
10	36,21	3252									
11	31,36	1502									
12	33,83	1937									
13	33,45	2136									
14	29,82	1480									
15	33,27	2014									
16	30.62	1202									



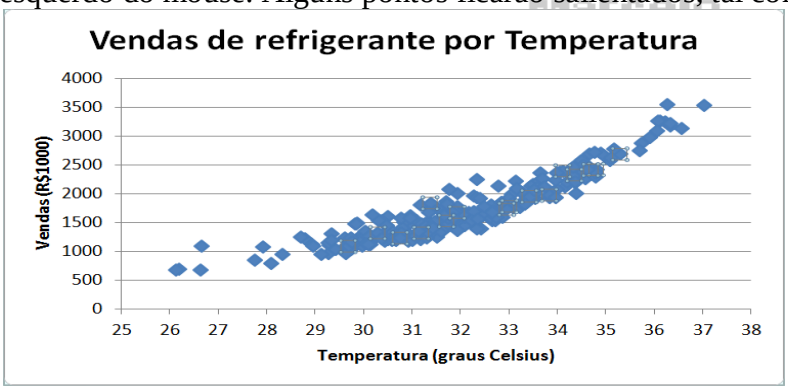
Observe que ao selecionar o gráfico, as células que contém os dados de origem têm suas bordas coloridas, o que pode ser útil para avaliar se não houve erro ou falta de alguns valores.

Figura 17 - Diagrama de dispersão: gráfico e dados

2. Ajuste de uma tendência a um diagrama de dispersão.

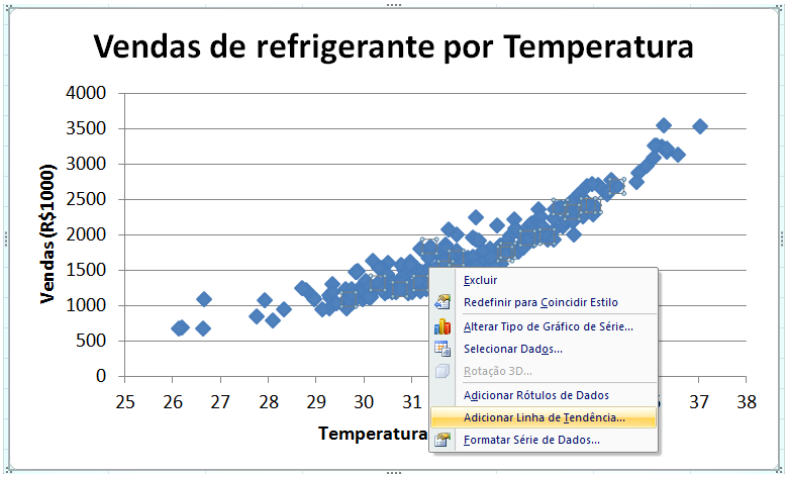
Imagine que quiséssemos ajustar uma reta ao diagrama de dispersão mostrado na Figura 16, não obstante a análise feita. Como proceder? O Excel permite ajustar uma variedade de curvas aos dados mostrados em um diagrama de dispersão, e ainda calcula os coeficientes das equações das curvas, pelo método dos mínimos quadrados (ou seja, obtém os coeficientes minimizam a soma dos quadrados dos desvios entre os valores observados e os previstos por cada curva).

Para fazer o ajuste de qualquer curva, que no Excel significa adicionar uma linha de tendência, o primeiro passo é colocar o cursor sobre os pontos do gráfico e pressionar o botão esquerdo do mouse. Alguns pontos ficarão salientados, tal como mostrado na Figura 18.



Em seguida, mantendo o cursor sobre os pontos, precisamos pressionar o botão direito do mouse, e surgirão as opções possíveis para os dados, entre elas "Adicionar linha de tendência", tal como mostrado na Figura 19.

Figura 18 - Seleção de pontos no gráfico



Se pressionarmos "Adicionar linha de tendência" na Figura 19 chegamos à tela mostrada na Figura 20. O tipo padrão de linha é a linear (reta), mas podemos selecionar outras. No nosso problema vamos manter a curva linear, mas queremos que o Excel exiba a equação e o valor de R-quadrado (coeficiente de determinação) no gráfico. Então, em "Opções" (Figura 21) selecionamos ambos. Pressionando "OK" o gráfico ficará como o da Figura 22.

Figura 19 - Opções de modificação dos dados

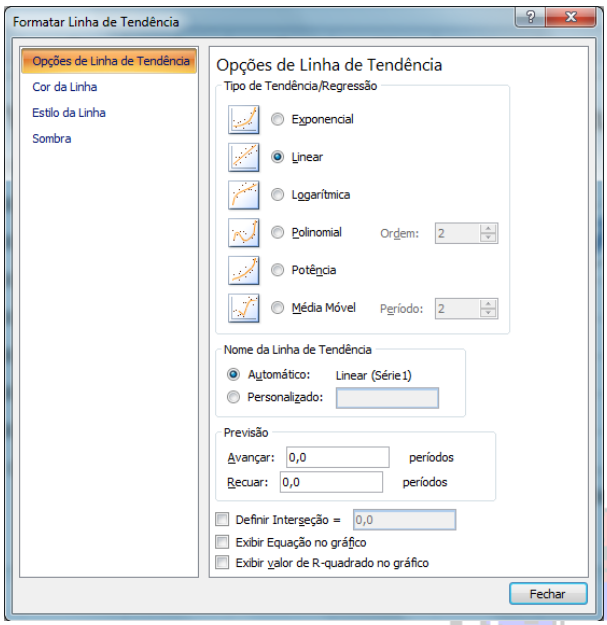


Figura 20 - Tipos de curva

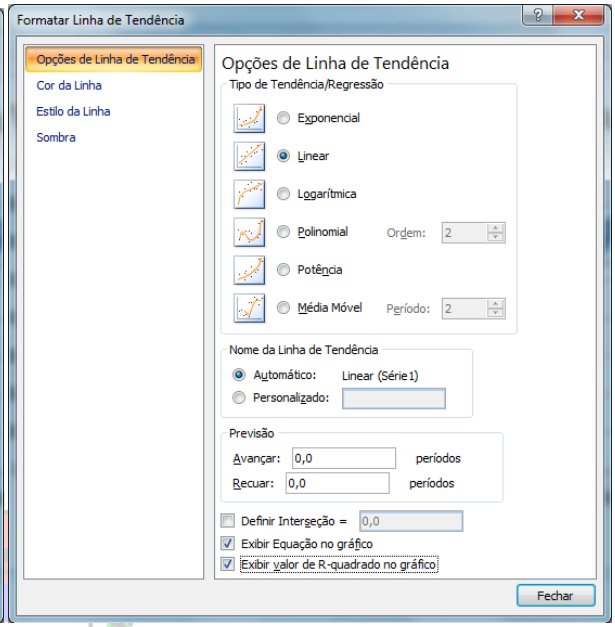
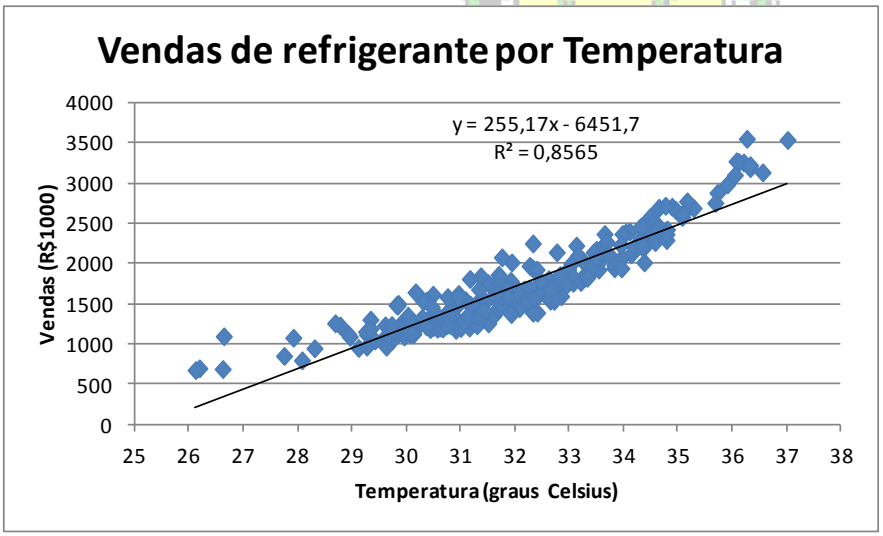


Figura 21 - Opções para os tipos de curva



Observe no canto superior direito da figura a equação da reta, com um coeficiente angular positivo (reta crescente), e o coeficiente de determinação, que vale 0,8565. Este valor significa que cerca de 85,65% da variabilidade média das vendas pode ser explicada pela variabilidade média da temperatura, através do modelo de regressão.

Figura 22 - Diagrama de dispersão com reta

Embora o valor de R^2 sugira que a reta é um bom modelo de regressão, devemos observar com cuidado o gráfico, e lembrar a análise feita na Figura 16. Realmente a reta passa "entre" a maioria dos pontos, mas talvez outra curva apresente um melhor ajuste aos dados (polinômio de segundo grau ou exponencial, conforme sugerido anteriormente). Para realmente saber se o modelo ajustado é bom precisamos analisar seus resíduos.

3. Análise de resíduos

Uma vez tendo construído o diagrama de dispersão para as duas variáveis, e adicionada a linha de tendência a ele, pode ser interessante realizar a análise dos resíduos do modelo. Se o modelo for apropriado os resíduos deverão ter um comportamento aleatório, sem nenhum padrão identificável, mostrando que a variação residual, que não pode ser explicada pelo modelo é realmente casual, e ele poderá ser utilizado para realizar previsões e seus resultados serão úteis na tomada de decisão. Se, porém, algum padrão for detectado nos resíduos a variância residual não é aleatória, o que significa que o modelo não está conseguindo "explicar" de maneira consistente o

relacionamento entre as variáveis, e, portanto, as previsões feitas pelo modelo são questionáveis. Isso pode acontecer mesmo que o R^2 assuma um valor elevado. Sendo assim a análise de resíduos é indispensável para avaliar a adequação de qualquer modelo de regressão, sendo especialmente importante nos casos de regressão múltipla, onde muitas vezes não é possível plotar um gráfico dos dados.

Pensando nos dados de Vendas e Temperatura, estudados nos itens 1 e 2, que culminaram no gráfico mostrado na Figura 22, queremos analisar os resíduos do modelo linear (reta). O primeiro passo é calcular os valores de vendas previstos pelo modelo linear: na célula C2 da planilha inserimos a fórmula com a equação da reta obtida pelo Excel, tal como na Figura 23.

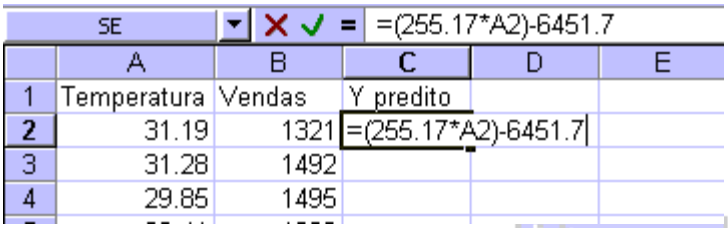


Figura 23 - Fórmula de previsão de vendas (reta)

Observe que a fórmula é construída em função da temperatura (cujo primeiro valor está na célula A2). Após digitar a fórmula e pressionar "Enter" (ou "Return", dependendo do computador), podemos colocar o cursor sobre a célula C2, selecionando-a.

Para estender os cálculos a todos os valores de temperatura basta "arrastar" a fórmula até a última linha do arquivo. As previsões de vendas através do modelo linear estarão então completas.

Para calcular os resíduos devemos obter a diferença entre os valores observados de Vendas e os valores previstos através do modelo linear. A Figura 24 mostra isso.

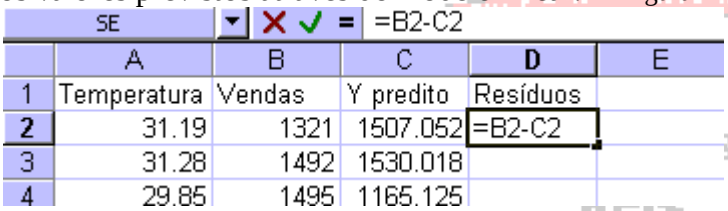


Figura 24 - Cálculo dos resíduos

Novamente, basta construir a fórmula para o primeiro valor e "arrastá-la" até a última linha para obter todos os resíduos do modelo.

A obtenção dos resíduos é muito importante, mas dependendo da unidade das variáveis os resíduos poderão ser consideravelmente grandes em valores absolutos, embora em termos relativos sejam pequenos, ou o contrário. Podemos ter resíduos pequenos em termos absolutos, mas substancialmente grandes em termos relativos. Para que a análise seja feita objetivamente é preciso *padronizar* os resíduos: subtraí-los de sua média esperada (que deve ser igual a zero se o modelo for bom) e dividir pelo seu desvio padrão. O cálculo do desvio padrão dos resíduos está mostrado na Figura 25.

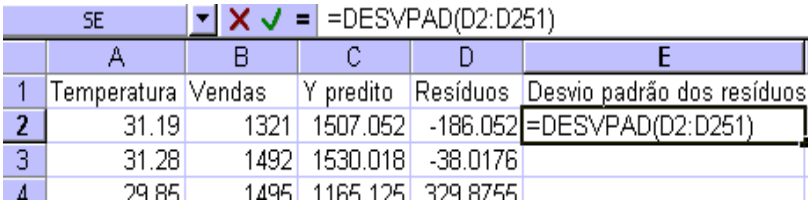


Figura 25 - Cálculo do desvio padrão dos resíduos

Inserimos a fórmula do desvio padrão amostral, com os dados das células D2 a D251, que contêm os resíduos calculados anteriormente. O resultado está mostrado na Figura 26.

Para obter os resíduos padronizados basta dividir cada resíduo pelo desvio padrão. Para que não haja problemas ao "arrastar" a fórmula é preciso dar uma referência absoluta ao denominador da fórmula: acrescentar $ antes da letra que designa a coluna e antes do número que designa linha, tal como na Figura 26.

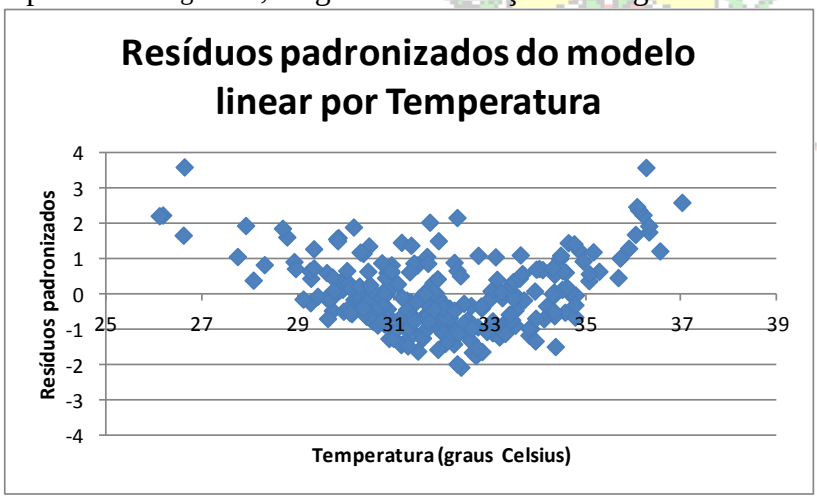
SE | =D2/$E$2

	A	B	C	D	E	F
1	Temperatura	Vendas	Y predito	Resíduos	Desvio padrão dos resíduos	Resíduos padronizados
2	31.19	1321	1507.052	-186.052	207.4415413	=D2/$E$2
3	31.28	1492	1530.018	-38.0176		
4	29.85	1495	1165.125	329.8755		

Figura 26 - Cálculo dos desvios padronizados

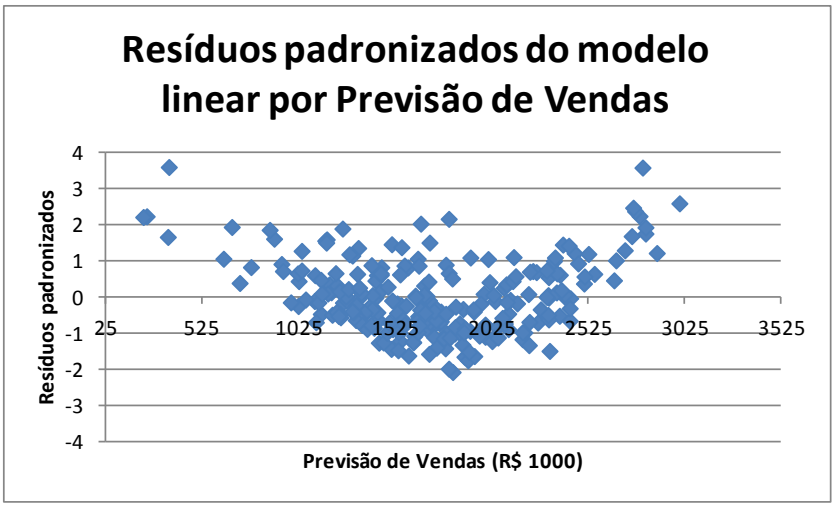
Para obter todos os resíduos basta "arrastar" a fórmula até a última linha do arquivo.

Uma vez obtidos os resíduos padronizados podemos fazer a sua análise propriamente dita. Precisamos construir dois diagramas de dispersão dos resíduos: resíduos padronizados em função de X (Temperatura), e resíduos padronizados em função dos valores preditos. O procedimento é semelhante ao visto no item 1, mudando apenas os valores de X e de Y, escrevendo os títulos adequados, e modificando as escalas horizontal e vertical, se necessário. IMPORTANTE: A ESCALA VERTICAL DEVE SER SIMÉTRICA EM RELAÇÃO A ZERO; se, por exemplo, o Excel apresentar os resíduos de -2 a +5, devemos mudar a escala para que fique de -5 a +5. Ao fazer o diagrama dos resíduos padronizados da reta para os dados da Figura 26 o Excel apresentará uma escala vertical de -3 a +4, devemos mudá-la para de -4 a +4. No diagrama de resíduos padronizados em função da temperatura o Excel apresentará a escala de 0 a 25, tal como no diagrama de dispersão da Figura 13, exigindo a mudança. Os diagramas resultantes estão na Figura 27 e Figura 28.



Fazendo a análise dos resíduos mostrados na Figura 27.
1) Número de resíduos positivos é semelhante ao dos negativos.
2) As distâncias dos resíduos positivos a zero são maiores do que as dos negativos.
3) Há um padrão nos resíduos, parece uma parábola.

Figura 27 - Resíduos padronizados por temperatura - Modelo linear



Fazendo a análise dos resíduos mostrados na Figura 28.
1) Número de resíduos positivos é semelhante ao dos negativos.
2) As distâncias dos resíduos positivos a zero são maiores do que as dos negativos.
3) Há um padrão nos resíduos, parece uma parábola.
Juntando a análise dos dois diagramas chegamos à conclusão que o modelo linear NÃO é apropriado para o problema, pois seus resíduos não se comportam de forma aleatória.

Figura 28 - Resíduos padronizados por valores previstos - Modelo linear

Sugerimos a utilização de outro modelo.

Repetindo o procedimento da Figura 18 à Figura 21, podemos escolher o modelo Polinômio do 2º grau. O resultado pode ser visto na Figura 29, superposto ao resultado da Figura 22.

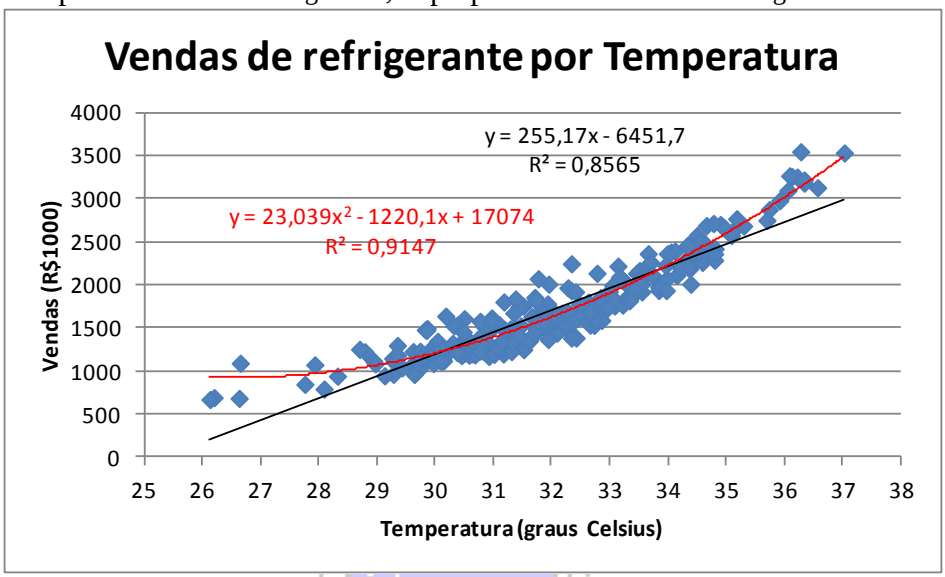


Figura 29 - Diagrama de dispersão com reta e polinômio do 2º grau

Percebe-se que o coeficiente de determinação do polinômio de 2º grau é maior do que o da reta. E, também, o ajuste da curva do polinômio de 2º grau aos pontos é bem melhor. Provavelmente os resíduos serão melhores do que os da reta. Outros modelos poderiam ser ajustados, resultando na Figura 30.

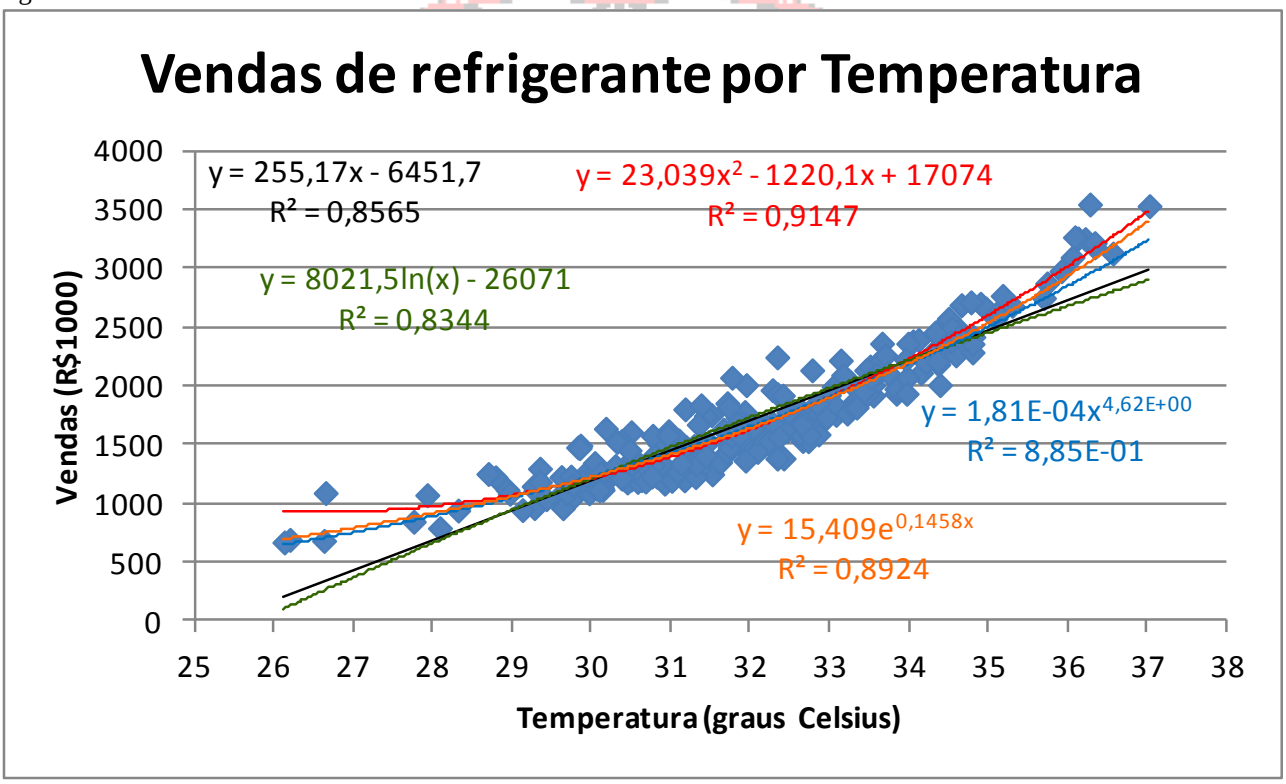


Figura 30 - Diagrama de dispersão com cinco modelos de regressão

Todos os cinco modelos aplicáveis estão no gráfico da Figura 30: reta, polinômio de 2º grau, logarítmico, exponencial e potência. Mas, observe o formato dos coeficientes no modelo potência: está científico, $1{,}81E\text{-}04x^{4{,}62E+00}$. Isso significa $0{,}000181x^{4{,}62}$, que é o formato que devemos usar nas previsões. Às vezes o Excel automaticamente apresenta as equações de um modelo em formato

científico, e com um número insuficiente de casas decimais, o que pode prejudicar nossas previsões. Para mudar o formato e as casas decimais veja o procedimento a seguir.

Selecione a equação do modelo potência na Figura 30 e pressione o botão direito do mouse: surgirá a Figura 31: dentre as opções possíveis pressione "Formatar Rótulo de Linha de Tendência", resultando na Figura 32.

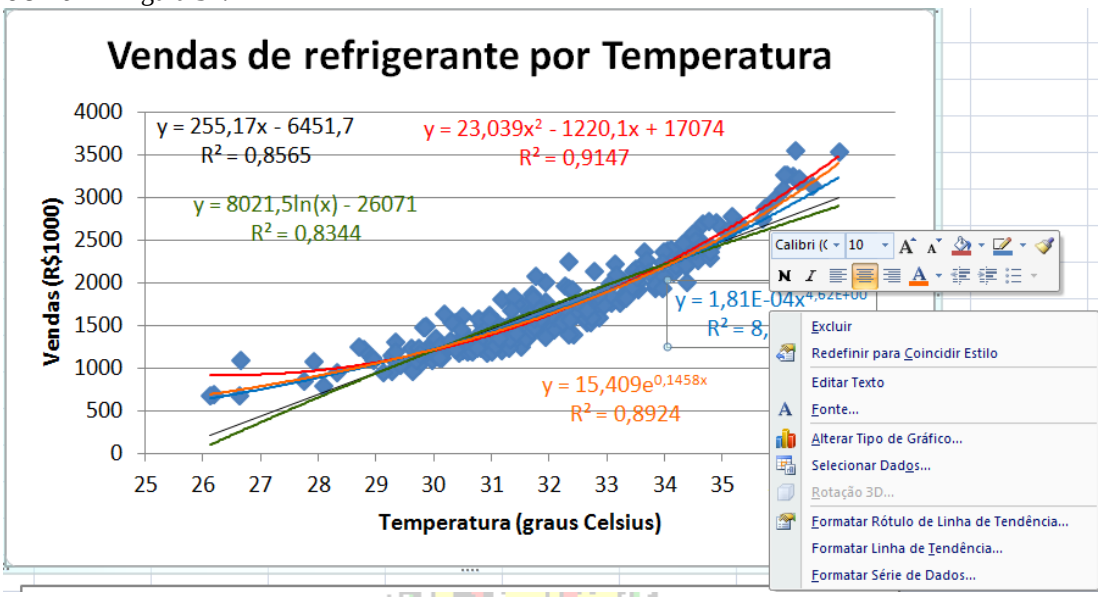


Figura 31 - Seleção de uma equação

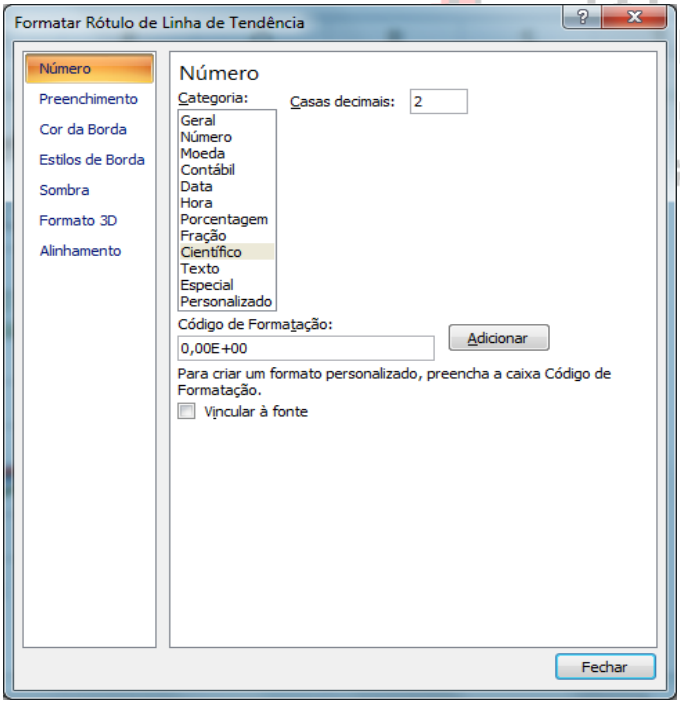


Figura 32 – Formatação de rótulo de dados: Número

Às vezes o Excel apresenta os dados em formato científico, mas na categoria "Geral". Se quisermos que os números sejam apresentados da forma usual devemos escolher "Número" e escolher quantas casas decimais forem necessárias: no nosso caso, como o Excel usou E-04, deve-se escolher no mínimo 4, mas o ideal é um pouco mais para ganhar precisão nas previsões, 6, por exemplo. O resultado pode ser visto na Figura 33.

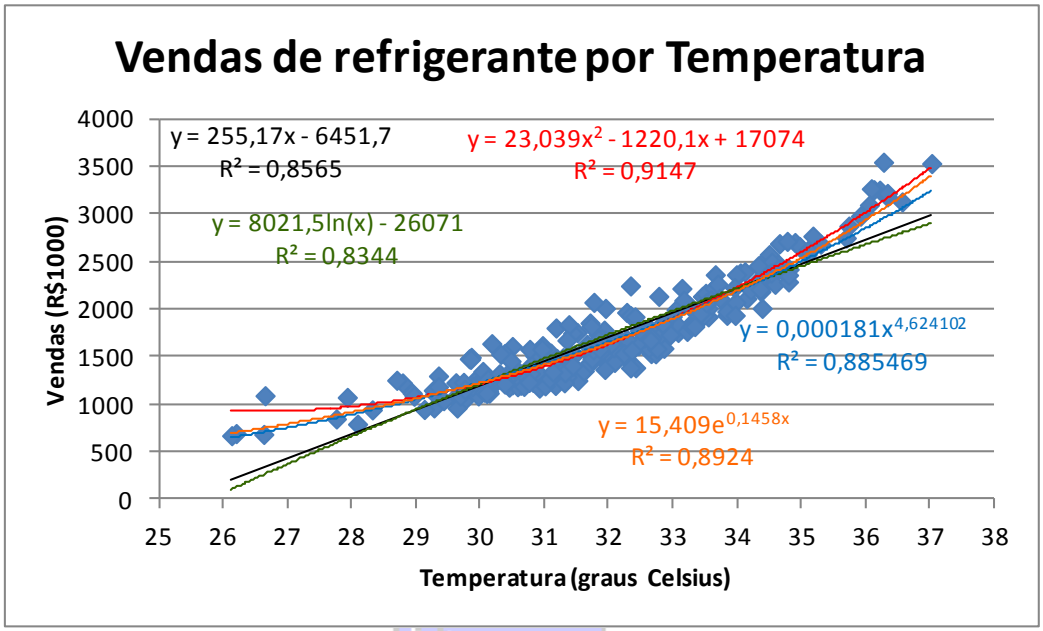


Figura 33 - Diagrama de dispersão com cinco modelos de regressão - modificado

Na Figura 23 fizemos a previsão usando o modelo de Reta, agora apresentaremos as previsões pelos outros modelos disponíveis:

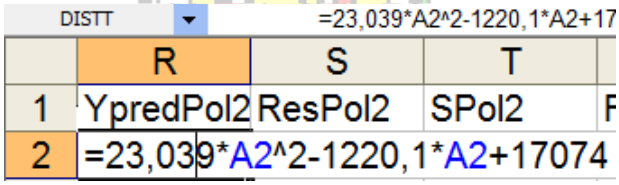


Figura 34 - Modelo polinômio de 2o grau (para equação da Figura 38)

Na Figura 34 é possível observar que no lugar de X colocamos a primeira célula do intervalo que contém os valores de temperatura (célula A2). Observe que o ^ é o símbolo de potenciação no Excel (e no Calc também). Basta arrastar até a célula R251 para completar a previsão pelo modelo polinômio de 2º grau. O cálculo dos resíduos, desvio padrão dos resíduos e resíduos padronizados é análogo ao caso da reta (para este e para os próximos modelos).

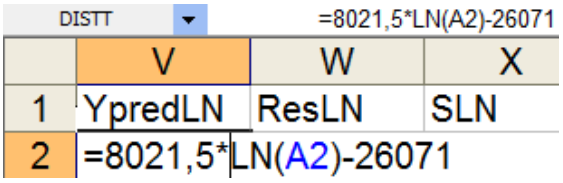


Figura 35 - Modelo logarítmico (para equação da Figura 33)

Na Figura 35 é possível observar que no lugar de X colocamos a primeira célula do intervalo que contém os valores de temperatura (célula A2). Observe que LN() é uma função do Excel (e do Calc também) que permite calcular o logaritmo neperiano (com base igual a e, a constante de Neper, igual a 2, 71828...). Basta arrastar até a célula V251 para completar a previsão pelo modelo logarítmico.

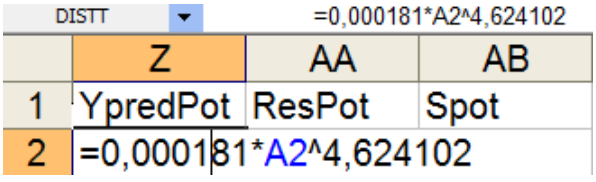


Figura 36 - Modelo potência (para equação da Figura 33)

Na Figura 36 é possível observar que no lugar de X colocamos a primeira célula do intervalo que contém os valores de temperatura (célula A2). Observe que X (no caso o conteúdo da célula A2) é elevado (^) a 4,624102, que é expoente do modelo potência (ver Figura 33). Basta arrastar até a célula Z251 para completar a previsão pelo modelo potência.

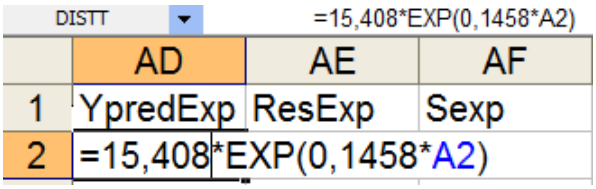
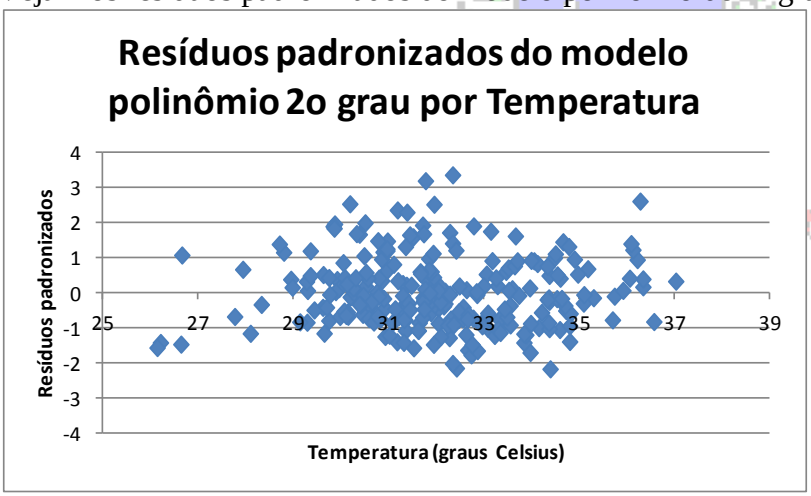


Figura 37 - Modelo exponencial (para equação da Figura 38)

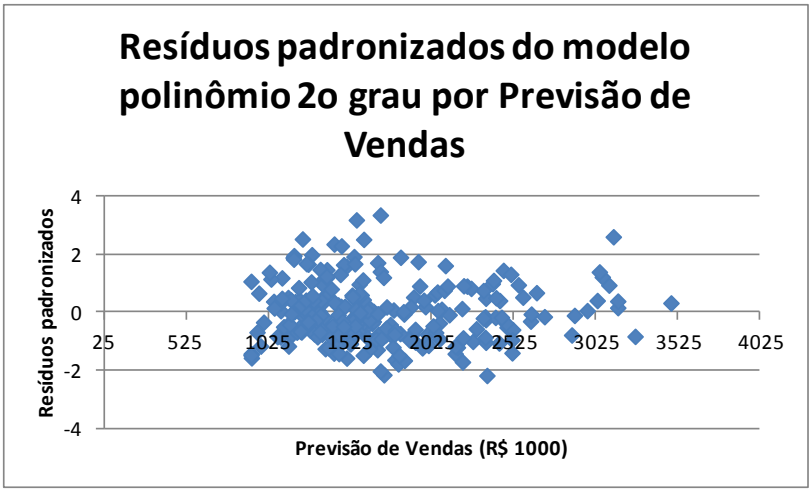
Na Figura 37 é possível observar que no lugar de X colocamos a primeira célula do intervalo que contém os valores de temperatura (célula A2). Observe que EXP() é uma função do Excel (e do Calc também) que permite calcular o valor da constante de Neper (e = 2, 71828...) elevada ao produto de 0,1458 pelo conteúdo da célula A2). Basta arrastar até a célula AD251 para completar a previsão pelo modelo exponencial.

Vejam os resíduos padronizados do modelo polinômio do 2º grau:



Fazendo a análise dos resíduos mostrados na Figura 38.
1) Número de resíduos positivos é semelhante ao dos negativos.
2) As distâncias dos resíduos positivos e negativos a zero são semelhantes.
3) Os resíduos distribuem-se aleatoriamente, sem padrão.

Figura 38 - Resíduos do polinômio de 2º grau por temperatura



Fazendo a análise dos resíduos mostrados na Figura 39.
1) Número de resíduos positivos é semelhante ao dos negativos.
2) As distâncias dos resíduos positivos e negativos a zero são semelhantes.
3) Os resíduos distribuem-se aleatoriamente, sem padrão.
Juntando a análise dos dois diagramas chegamos à conclusão que o modelo de polinômio de 2º grau é apropriado para o problema, pois seus resíduos se comportam de forma aleatória.

Figura 39 - Resíduos do polinômio do 2º grau por valores preditos