

## INE 7001 - Procedimentos de Análise de Séries Temporais usando o Microsoft Excel 2007.

Professor Marcelo Menezes Reis

O objetivo deste texto é apresentar os principais procedimentos de Análise de Séries Temporais, modelos clássico aditivo ( $Y = T + S + C + I$ ) e multiplicativo ( $Y = T \times S \times C \times I$ ), tal como mostrados em sala, mas utilizando a planilha eletrônica Excel. Os dados estão no arquivo “Calçados.xls”, disponível nas páginas da disciplina: contém as informações sobre 180 valores de venda de um fabricante de calçados (em milhões de dólares).

### 1. Construção de um gráfico de linhas da série temporal

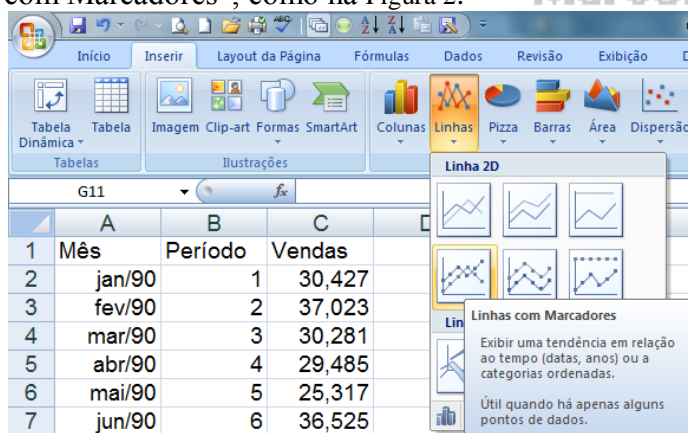
O primeiro passo para a análise de uma série temporal é dispô-la em um gráfico de linhas, onde no eixo horizontal são colocados os períodos da série, e no eixo vertical os valores da série propriamente dita. Os pontos são ligados por linhas para facilitar a visualização do seu comportamento. Os dados de interesse estão mostrados na Figura 1.

	A	B	C
1	Mês	Período	Vendas
2	jan/90	1	30,427
3	fev/90	2	37,023
4	mar/90	3	30,281
5	abr/90	4	29,485
6	mai/90	5	25,317
7	jun/90	6	36,525

Observe que há três colunas no gráfico. Uma referente aos meses (janeiro, fevereiro...), uma referente ao período que cada mês representa na série (janeiro de 1990 é o período 1), e a terceira são os valores da série propriamente dita (vendas em milhões de dólares). Passamos agora a construção de um gráfico de linhas. Recomenda-se colocar o cursor em uma célula vazia da planilha, para evitar que o Excel selecione automaticamente dados que não sejam do nosso interesse.

Figura 1 - Dados de vendas

Em seguida, no menu Inserir, procure por Gráficos, depois por Linhas, e depois selecione “Linhas com Marcadores”, como na Figura 2:



Após pressionar “Linhas com Marcadores” surgirá um gráfico em branco. Precisamos, então, entrar com os dados. Basta selecionar o gráfico e pressionar o botão direito do mouse para surgirem as várias opções disponíveis, como na Figura 3.

Figura 2 - Menu Inserir – Gráficos – Linhas – Linhas com Marcadores

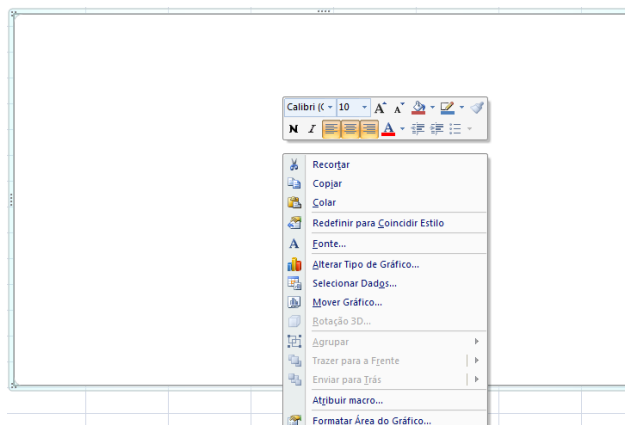
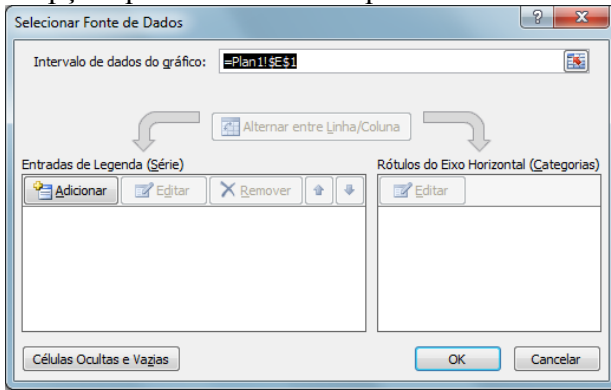


Figura 3 - Opções do gráfico de linhas

A opção que nos interessa aqui é “Selecionar Dados”. Pressionando-a, chegamos à Figura 4:



No campo “Intervalo de dados do gráfico” está a célula vazia que selecionamos no início. Para podermos entrar com dados precisamos adicionar uma nova série de dados: pressionando “Adicionar” surgirá a Figura 5. Basta selecionar as células onde estão os dados de Vendas, que estão nas células C2 a C181. AVISO IMPORTANTE: selecione as células na planilha, não digite os nomes, não sei por que, não funciona... Veja a Figura 6.

Figura 4 - Seleção de fonte de dados para gráfico

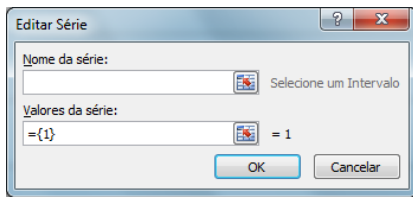


Figura 5 - Caixa de seleção de dados

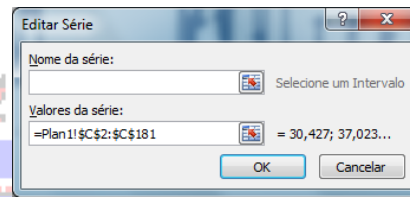


Figura 6 - Caixa de seleção de dados - completa

Pressionando OK volta-se à Figura 4 e o resultado é o gráfico da Figura 7.

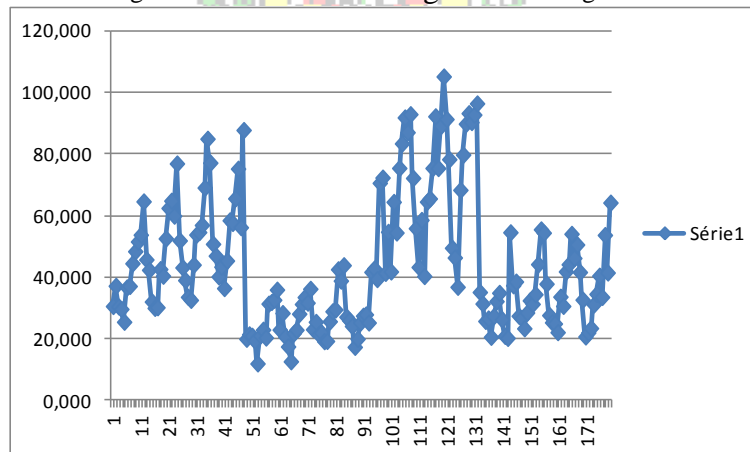


Figura 7 - Gráfico de vendas mensais de calçados em US\$ milhões – 1ª tentativa

Obviamente o gráfico da Figura 7 não está pronto: aparece uma legenda desnecessária (Série 1, que apenas faria sentido se fossemos acrescentar mais outros conjuntos de dados ao mesmo gráfico, o que não é o caso, no momento), e não há informação sobre os nomes das variáveis (e nem título do gráfico).

Para remover a legenda basta selecioná-la com o mouse e pressionar “Del”. Os outros aspectos exigem a seleção do gráfico. Ao fazer isso o Excel habilita as “Ferramentas de gráfico” que incluem “Design”, “Layout” e “Formatar”, conforme visto na Figura 8.

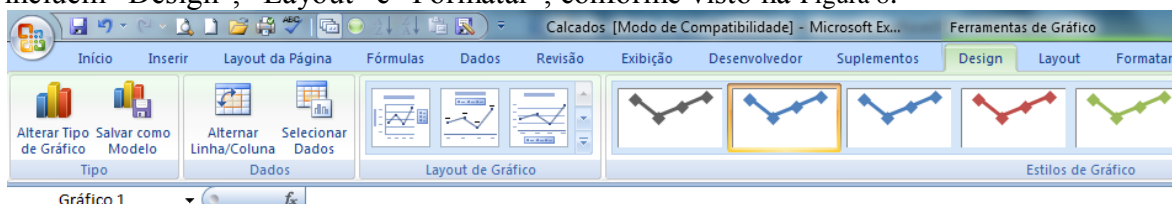
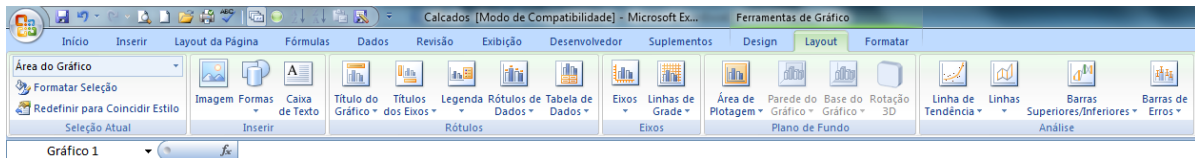


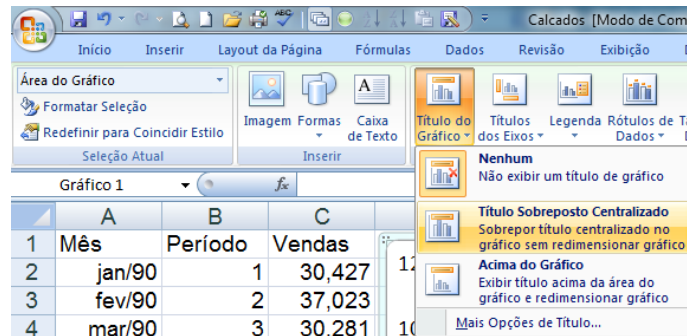
Figura 8 - Ferramentas de Gráfico - Design

É possível alterar o tipo de gráfico e fazer várias alterações no estilo (mudando as cores dos pontos e o fundo). Não vamos mudar nada neste menu. Selecione “Layout”, para chegar na Figura 9.

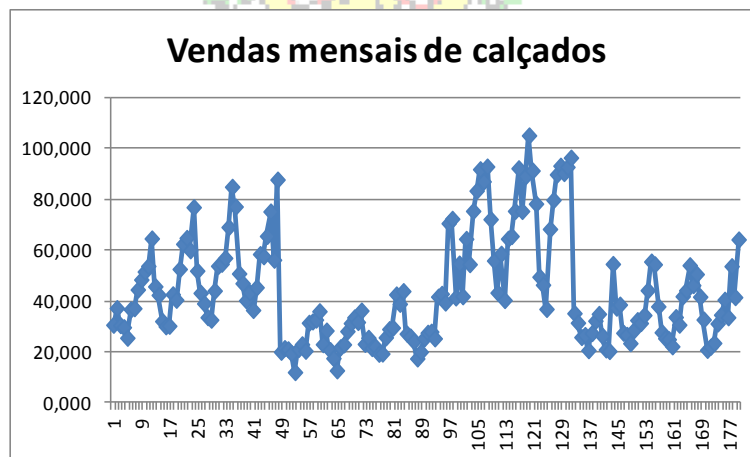


**Figura 9 - Ferramentas de Gráfico - Layout**

Neste menu podemos acrescentar o título do gráfico, os títulos dos eixos, e a própria formatação dos eixos (incluindo as suas escalas). Selecionando “Título do Gráfico” podemos escolher seu posicionamento, Acima do Gráfico (Figura 10). Depois basta selecionar o título e mudá-lo, resultando na Figura 11.

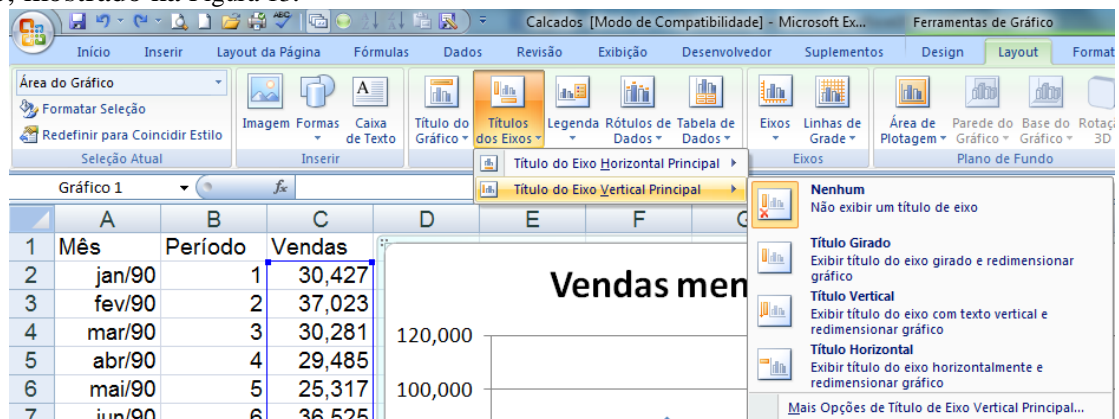


**Figura 10 - Posicionamento do título do gráfico**



**Figura 11 - Gráfico de vendas mensais de calçados em US\$ milhões – 2ª tentativa**

Para os nomes dos eixos basta selecionar “Título do Eixo Horizontal Principal”, que será Meses, e “Título do Eixo Vertical Principal”, que será Vendas em US\$ milhões, ver Figura 12, que finalizará o gráfico, mostrado na Figura 13.



**Figura 12 - Seleção dos títulos dos eixos principais**

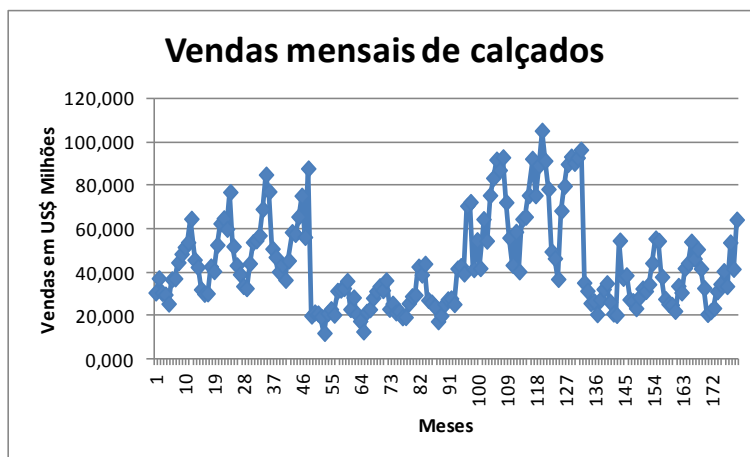


Figura 13 - Gráfico de vendas mensais de calçados em US\$ milhões – final

A escala também pode ser modificada. As observações feitas anteriormente sobre a tendência e a sazonalidade podem ser facilmente verificadas através da análise da Figura 13.

## 2. Obtenção da tendência (componente tendência) de uma série temporal.

Vamos apresentar como obter a tendência pelos três métodos vistos em aula: através de uma equação (linear), por médias móveis e por ajuste exponencial.

### 2.1 – Obtenção da tendência por equação de reta.

Podemos adicionar uma linha de tendência, por exemplo, linear, ao gráfico de linhas da série temporal. O primeiro passo é colocar o cursor sobre os pontos do gráfico e pressionar o botão esquerdo do mouse. Alguns pontos ficarão salientados, tal como mostrado na Figura 14.

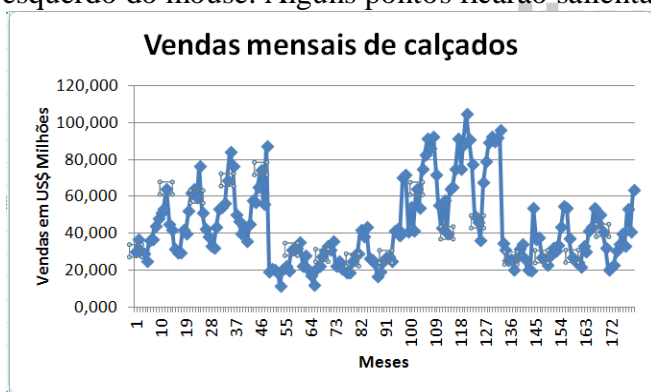


Figura 14 - Seleção de pontos no gráfico

Em seguida, mantendo o cursor sobre os pontos, precisamos pressionar o botão direito do mouse, e surgirão as opções possíveis para os dados, entre elas "Adicionar linha de tendência", tal como mostrado na Figura 15.

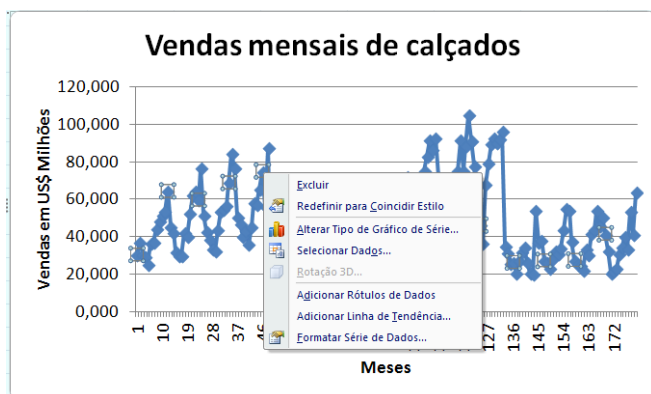


Figura 15 - Opções de modificação dos dados

Se pressionarmos "Adicionar linha de tendência" na Figura 15 chegamos à tela mostrada na Figura 16. O tipo padrão de linha é a linear (reta), mas podemos selecionar outras. No nosso problema vamos manter a curva linear, mas queremos que o Excel exiba a equação (o valor de R-quadrado, coeficiente de determinação, não será necessário) no gráfico. Então em Opções, Figura 17, pressionamos apenas "Exibir equação no

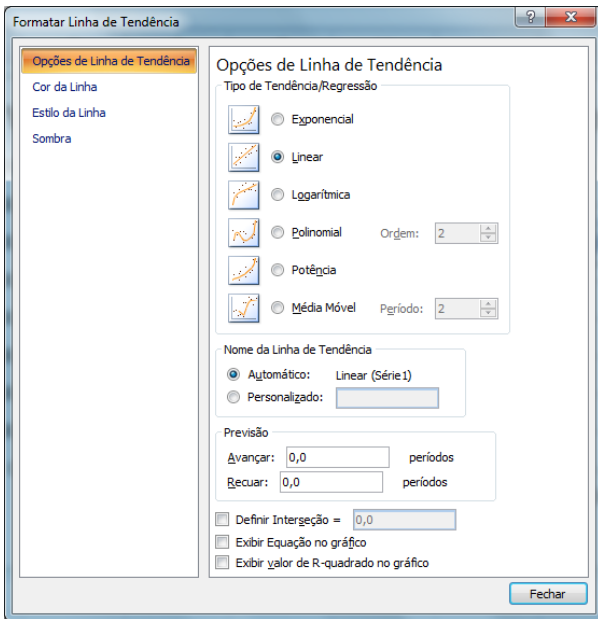


Figura 16 - Tipos de curva de tendência

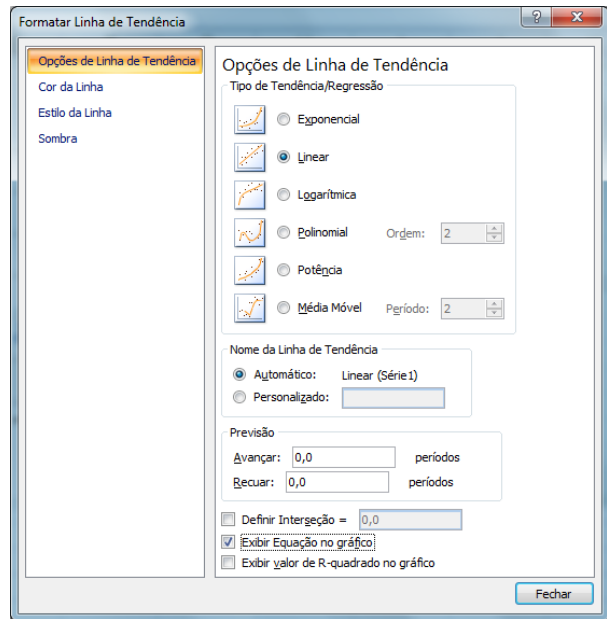


Figura 17 - Opções para os tipos de curva

Pressionando "Fechar" o gráfico ficará como o da Figura 18.

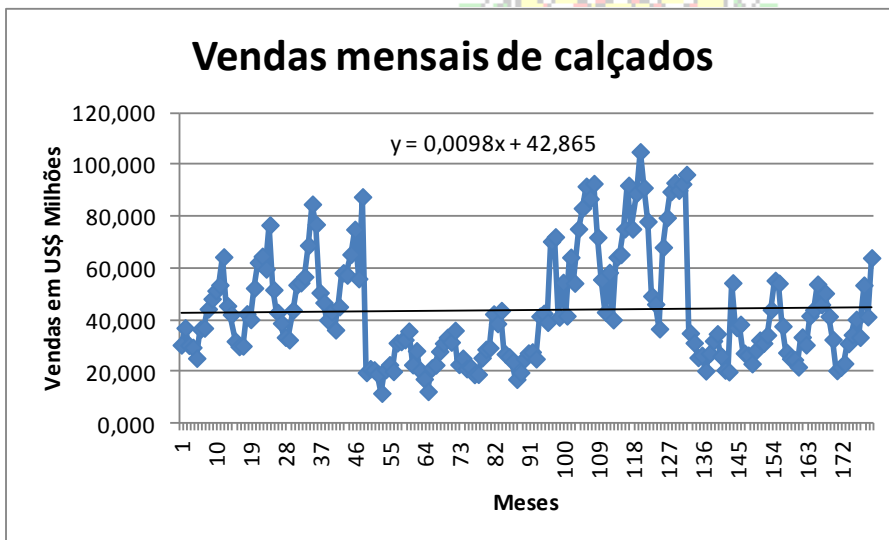


Figura 18 - Gráfico de linhas com tendência linear

Observe que a reta tem um coeficiente angular bem próximo de zero (reta quase horizontal). Isto indica que o crescimento das vendas no longo prazo é muito pequeno, e a reta está pouco acima de 40 milhões de dólares, que parece ser o nível de vendas de longo prazo. Precisamos calcular os valores de tendência, utilizando a equação mostrada no gráfico, para que seja possível obter as outras componentes da série.

Para obter a componente tendência para cada período da série precisamos inserir uma fórmula com a equação da reta obtida pelo Excel. O procedimento é mostrado na Figura 19.

	A	B	C	D	E
1	Mês	Período	Vendas	T	
2	jan/90	1	30,427	=0,0098*B2+42,865	
3	fev/90	2	37,023		
4	mar/90	3	30,281		
5	abr/90	4	29,485		
6	mai/90	5	25,317		

Na célula D2 colocamos a fórmula:  
 $= (0,0098 * B2) + 42,865$

Onde o conteúdo da célula B2 é o mês (período) 1. Após escrever a fórmula pressionamos "Enter".

"Arrastando" a fórmula até a célula D181 vamos obter a componente tendência para os 180 períodos da série temporal.

Figura 19 - Obtenção de tendência para os períodos da série temporal



## 2.2 – Obtenção de tendência por médias móveis

Ao decidir usar médias móveis para caracterizar a tendência da série o aspecto crucial é definir a sua ordem: quantos períodos serão englobados por vez. Ao lidar com dados anuais (em que não há registro das variações dentro do ano) podemos escolher um número **ímpar** de períodos (3, 5, 7), o que facilita o processo por eliminar a necessidade de centrar as médias (ver páginas 7 e 12 do Capítulo 4). Quanto maior o número de períodos, mais “alisada” será a tendência resultante, possibilitando realmente observar o comportamento de longo prazo da série. No exemplo que temos aqui os dados são registrados mensalmente: isto nos **obriga** a calcular médias móveis de 12 períodos (uma vez que há 12 meses no ano), para que seja removido o efeito das variações sazonais. Como o número de períodos é **par**, é preciso centrar as médias (ver página 12 do Capítulo 4).

O primeiro passo é calcular os totais móveis de 12 períodos: vamos somar os valores de vendas de 12 em 12, progressivamente incluindo um novo período e descartando o primeiro período do conjunto anterior. O procedimento é mostrado na Figura 20.

	A	B	C	D	E	F
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móvel 12 períodos	
2	jan/90	1	30,427	42,8748		
3	fev/90	2	37,023	42,8846		
4	mar/90	3	30,281	42,8944		
5	abr/90	4	29,485	42,9042		
6	mai/90	5	25,317	42,914		
7	jun/90	6	36,525	42,9238		
8	jul/90	7	36,947	42,9336	=soma(C2:C13)	
9	ago/90	8	44,321	42,9434		
10	set/90	9	48,240	42,9532		
11	out/90	10	51,397	42,963		
12	nov/90	11	53,588	42,9728		
13	dez/90	12	64,422	42,9826		

Figura 20 - Total móvel de 12 períodos

Na célula E8 colocamos a fórmula: =soma(C2:C13). Então os 12 primeiros valores serão somados. Observe que a fórmula foi colocada em uma célula que corresponde ao mês de julho de 1990. Isso foi apenas por conveniência, para tornar mais fácil as operações de "arrastar" fórmulas no Excel. Na realidade este total móvel está no CENTRO dos 12 períodos, **entre** os meses de junho e julho de 1990.

Para calcular os outros totais basta "arrastar" a fórmula até a célula E176, correspondente ao mês de julho de 2004 (que incluirá a soma dos 12 últimos meses, referentes às células C170 à C181).

Os totais móveis de 12 períodos não têm correspondentes na série original, assim as médias móveis de 12 períodos calculadas com eles não nos ajudarão a obter a tendência da série (para sua posterior remoção, por exemplo). Por isso, não precisamos calculá-las. Precisamos CENTRAR os totais móveis de 12 períodos: vamos agrupá-los dois a dois, e colocar o resultado no período que está no centro deles: se juntarmos os totais que estão nos meses "6,5" (entre junho e julho) e "7,5" (entre julho e agosto) o resultado será colocado no mês 7 (julho), que realmente existe na série original. O procedimento é mostrado na Figura 21.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móvel	Total móvel 2 centrado	
2	jan/90	1	30,427	42,8748			
3	fev/90	2	37,023	42,8846			
4	mar/90	3	30,281	42,8944			
5	abr/90	4	29,485	42,9042			
6	mai/90	5	25,317	42,914			
7	jun/90	6	36,525	42,9238			
8	jul/90	7	36,947	42,9336	487,973	=soma(E8:E9)	
9	ago/90	8	44,321	42,9434	503,101		
10	set/90	9	48,240	42,9532	508,265		
11	out/90	10	51,397	42,963	509,872		
12	nov/90	11	53,588	42,9728	510,218		
13	dez/90	12	64,422	42,9826	514,934		

Figura 21 - Total móvel de 2 períodos (centrado)

Na célula F8 colocamos a seguinte fórmula: =soma(E8:E9). O total móvel de 2 períodos é centrado, sendo registrado na mesma linha correspondente ao mês de julho de 1990, agora com significado real. Basta "arrastar" a fórmula até a célula E175 (figura 17).

170	jan/04	169	41,480	44,5212	437,084	878,080
171	fev/04	170	32,517	44,531	440,996	880,625
172	mar/04	171	20,540	44,5408	439,629	868,645
173	abr/04	172	21,823	44,5506	429,016	857,658
174	mai/04	173	23,287	44,5604	428,642	852,550
175	jun/04	174	30,951	44,5702	423,908	=soma(E175:E176)
176	jul/04	175	34,379	44,58	437,545	
177	ago/04	176	40,310	44,5898		
178	set/04	177	33,385	44,5996		
179	out/04	178	53,522	44,6094		
180	nov/04	179	41,310	44,6192		
181	dez/04	180	64,041	44,629		

Figura 22 - Total móvel de 2 períodos (centrado) - último período

Prosseguimos somente até a célula E175 porque nela será colocado a soma dos dois últimos totais móveis de 12 períodos, referentes às células E175 e E176. O resultado é colocado na linha correspondente ao mês de junho de 2004.

Observe que após centrar os totais móveis "sobraram" seis períodos em branco no início da série (de janeiro a junho de 1990), e seis no final (de julho a dezembro de 2004): exatamente METADE do número de meses do ano. Se os dados fossem trimestrais (há 4 trimestres no ano), haveria dois períodos em branco no início e dois no final da série.

Com os totais móveis de 2 períodos, centrados, podemos finalmente calcular as médias móveis correspondentes. Devemos dividir os totais móveis por 24. Por que 24? Porque primeiramente agrupamos 12 períodos, e depois agrupamos dois conjuntos de 12 períodos, resultando em 24 períodos (se fosse uma série trimestral dividiríamos por 8). O procedimento é mostrado na Figura 23.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móve	Total móve	Média móvel 2 C	
2	jan/90	1	30,427	42,8748				
3	fev/90	2	37,023	42,8846				
4	mar/90	3	30,281	42,8944				
5	abr/90	4	29,485	42,9042				
6	mai/90	5	25,317	42,914				
7	jun/90	6	36,525	42,9238				
8	jul/90	7	36,947	42,9336	487,973	991,074	=F8/24	
9	ago/90	8	44,321	42,9434	503,101	1011,366		
10	set/90	9	48,240	42,9532	508,265	1018,137		
11	out/90	10	51,397	42,963	509,872	1020,090		
12	nov/90	11	53,588	42,9728	510,218	1025,152		
13	dez/90	12	64,422	42,9826	514,934	1035,792		

Na célula G8 colocamos a fórmula:

= F8/24

Basta "arrastar" a fórmula até a linha correspondente ao último total móvel de 2 períodos centrado, vejam a Figura 24.

Figura 23 - Cálculo da média móvel de 2 períodos centrada - primeiro período

170	jan/04	169	41,480	44,5212	437,084	878,080	36,58667
171	fev/04	170	32,517	44,531	440,996	880,625	36,69271
172	mar/04	171	20,540	44,5408	439,629	868,645	36,19354
173	abr/04	172	21,823	44,5506	429,016	857,658	35,73575
174	mai/04	173	23,287	44,5604	428,642	852,550	35,52292
175	jun/04	174	30,951	44,5702	423,908	861,453	=F175/24
176	jul/04	175	34,379	44,58	437,545		
177	ago/04	176	40,310	44,5898			
178	set/04	177	33,385	44,5996			
179	out/04	178	53,522	44,6094			
180	nov/04	179	41,310	44,6192			
181	dez/04	180	64,041	44,629			

Figura 24 - Cálculo da média móvel de 2 períodos centrada - último período

Com todas as médias móveis de 2 períodos centradas calculadas podemos adicioná-las ao gráfico da série original, para observar o comportamento da tendência. Para fazer isso devemos selecionar os pontos do gráfico original, tal como na Figura 14, e selecionar a opção dados de origem, como na Figura 25.

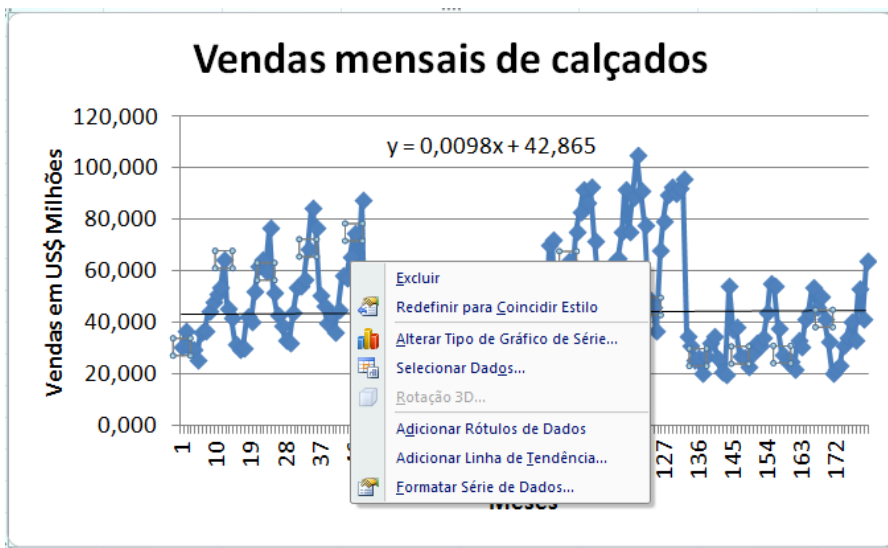


Figura 25 - Seleção da opção “Selecionar Dados”.

Ao selecionar dados de origem surgirá a tela mostrada na Figura 26: a sequência com os dados das vendas mensais de calçados.

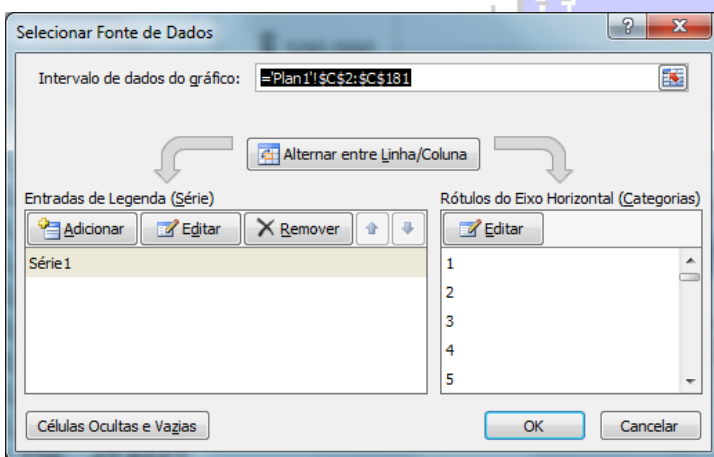


Figura 26 – Seleção de fonte de dados

Para acrescentar a sequência das médias móveis devemos pressionar “Adicionar”, surgirá uma tela semelhante à da Figura 5 e podemos selecionar os dados da célula G2 à G181. O resultado será a Figura 27.

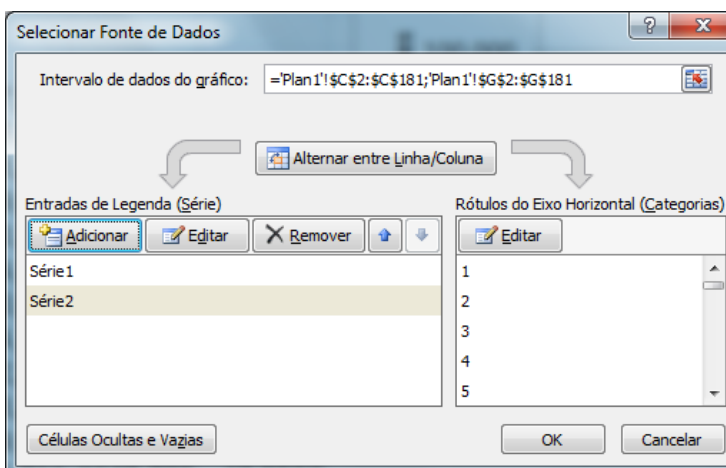


Figura 27 – Seleção de fonte de dados – duas séries

Por que foram incluídas as células G2 a G7, no início da série das médias móveis centradas, e G176 a G181, no final? Isso é necessário para manter a coerência com a série original: a tendência por médias móveis deve ser apresentada apenas para os meses em que há correspondência aos dados de vendas. Se não incluíssemos as células citadas a linha das médias móveis (que pode ser vista na Figura 28 em vermelho) não guardaria coerência com os dados originais.

Na Figura 28 podemos observar as médias móveis ajustadas aos dados da série.



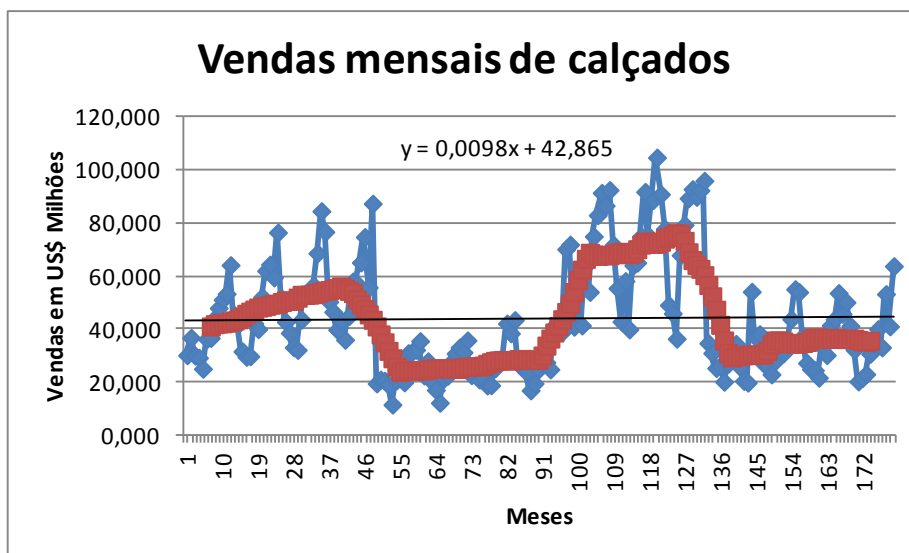


Figura 28 - Vendas de calçados e médias móveis centradas

Observe a Figura 28. Ao longo de toda a série pode-se perceber, através das médias móveis, que as vendas oscilam entre 20 e 80 milhões de dólares, fluindo em torno de 40 milhões de dólares, que parece ser o comportamento de longo prazo (o nível da série), tal como havíamos concluído ao analisar a tendência linear (ver Figura 18). Novamente, concluímos que as perspectivas não são muito boas no longo prazo: não há crescimento consistente. Além disso, podemos observar outro comportamento muito interessante através das médias móveis:

- observe os “altos e baixos” das médias móveis, em relação ao nível de 40 milhões de dólares;
- aproximadamente até o período 41 os valores estão acima de 40;
- começam então a decrescer até aproximadamente o período 55, quando chegam a pouco mais de 20 milhões de dólares;
- as médias então permanecem neste patamar até perto do período 90, quando sobem novamente, até cerca de 70 milhões, no período 104;
- neste novo nível, com algum acréscimo, elas permanecem até o período 126;
- há uma nova queda, até cerca de 30 milhões de dólares, até o período 139, permanecendo neste nível até o fim da série.

Tal comportamento, em que os valores permanecem por alguns anos no mesmo nível, é indicação de influência de variações cíclicas na série (vamos avaliar sua influência no item 4).

### 2.3 – Obtenção de tendência por ajuste exponencial

A terceira forma de obter a tendência é através do ajuste exponencial (ver item 4.2.3, página 14 do Capítulo 4). Lembrem-se de que o ajuste exponencial consiste em aplicar uma média móvel, exponencialmente ponderada, por uma constante de regularização  $W$ . Esta varia entre 0 e 1. Quanto mais próxima de 1, mais o ajuste exponencial acompanhará a série original, e quanto mais próxima de zero, mais o ajuste refletirá o comportamento de longo prazo (pois mais “alisado” será o seu resultado). Como no presente caso deseja-se caracterizar a tendência da série, vamos utilizar uma constante  $W = 0,1$ , e proceder ao ajuste através da equação:

$$E_i = W \times Y_i + (1 - W) \times E_{i-1}$$

Onde:

$i$  - um período de tempo qualquer;

$Y_i$  - valor da série original no período  $i$ ;

$E_i$  - valor da série exponencialmente ajustada no período  $i$ ;

$E_{i-1}$  - valor da série exponencialmente ajustada no período  $i - 1$  (período anterior);

$W$  - constante de regularização ou coeficiente de ajuste ( $0 < W < 1$ );

Considera-se que o primeiro valor da série original será igual ao primeiro valor ajustado, isto significa que o ajuste realmente começa a partir do segundo período da série. Os procedimentos são mostrados na Figura 29 e Figura 30 a seguir:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móve	Total móve	Média móv	Ajuste Exponencial	
2	jan/90	1	30,427	42,8748				=C2	
3	fev/90	2	37,023	42,8846					
4	mar/90	3	30,281	42,8944					
5	abr/90	4	29,485	42,9042					
6	mai/90	5	25,317	42,914					
7	jun/90	6	36,525	42,9238					
8	jul/90	7	36,947	42,9336	487,973	991,074	41,29475		
9	ago/90	8	44,321	42,9434	503,101	1011,366	42,14025		

Figura 29 - Primeiro valor do ajuste exponencial

Observe que o valor que será colocado na célula H2, primeira da coluna do ajuste exponencial, será o primeiro valor da própria série de vendas.

Pode-se então inserir na célula H3 a fórmula do ajuste exponencial propriamente dito, com uma constante W igual a 0,1:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móve	Total móve	Média móv	Ajuste Exponencial	
2	jan/90	1	30,427	42,8748				30,427	
3	fev/90	2	37,023	42,8846				=0,1*C3+(1-0,1)*H2	
4	mar/90	3	30,281	42,8944					
5	abr/90	4	29,485	42,9042					
6	mai/90	5	25,317	42,914					
7	jun/90	6	36,525	42,9238					
8	jul/90	7	36,947	42,9336	487,973	991,074	41,29475		
9	ago/90	8	44,321	42,9434	503,101	1011,366	42,14025		

Figura 30 - Segundo valor do ajuste exponencial

Na célula H3 é colocado o resultado da soma de dois produtos: da constante W (0,1) pelo segundo valor de vendas (célula C3) e pelo complementar da constante (1-0,1) pelo valor imediatamente anterior do ajuste (que está na célula H2).

Podemos agora arrastar a fórmula da célula H3 até à célula H181, completando o ajuste exponencial dos 180 períodos da série. De forma análoga ao caso das médias móveis, podemos adicionar a seqüência do ajuste exponencial ao gráfico da série, para observar o comportamento da tendência: basta adicionar a seqüência das células H2 a H181. O resultado, incluindo as médias móveis pode ser visto na Figura 31.

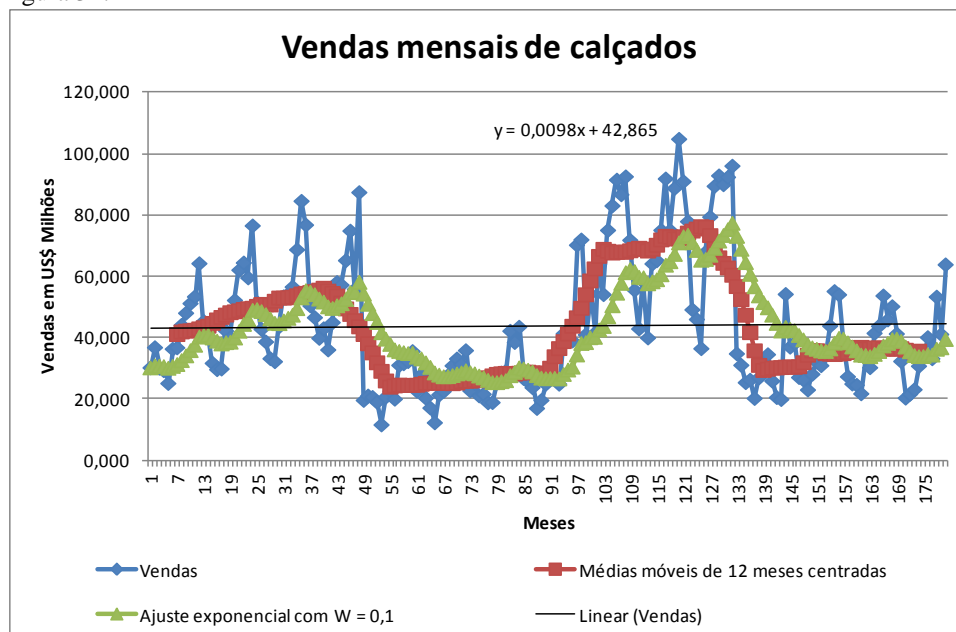


Figura 31 - Vendas de calçados, tendência linear, médias móveis centradas e ajuste exponencial com W = 0,1

Observe que há grande consistência entre os resultados obtidos por médias móveis e por ajuste exponencial, o comportamento de alternância em torno dos 40 milhões de dólares também pode ser identificado por ajuste exponencial.

A componente tendência será utilizada posteriormente para duas finalidades:

- será removida, para que possamos obter outras componentes da série temporal (supondo um modelo clássico);
- será utilizada para fazer previsões para períodos futuros (outras componentes poderão alterar a tendência, se chegarmos à conclusão que as componentes sazonais e cíclicas têm influência significativa sobre a série).

### 3. Obtenção dos índices sazonais (componente sazonal) de uma série temporal pelo método da razão para a média móvel

Em primeiro lugar somente pode haver influência da sazonalidade se a série foi registrada com periodicidade INFERIOR a um ano: dias, semanas, meses, bimestres, trimestres, semestres. Posteriormente é preciso observar o número de períodos em que o ano é dividido: se o ano foi dividido em semanas haverá 52 índices sazonais, se dividido em meses haverá 12 índices sazonais, se em bimestres haverá 6 índices sazonais, se em trimestres haverá 4, e assim por diante. O número de índices é crucial, pois ele determinará a ordem das médias móveis que serão calculadas para obter os índices sazonais, supondo o uso do método da razão para a média móvel. Além disso, dependendo da escolha por um modelo aditivo ou multiplicativo os procedimentos serão diferentes. Vamos apresentar ambos, que também estão detalhados na apostila (item 4.3, páginas 17 à 22).

No nosso problema (venda de calçados) a série foi registrada mensalmente: portanto precisamos calcular 12 índices, e verificar se a influência da sazonalidade é significativa. Se isso realmente ocorrer, a componente sazonal deverá ser incluída no modelo da série que será usado para fazer previsões.

O primeiro passo é calcular as médias móveis de 12 períodos centradas. Isso já foi feito no item 2.2. Portanto, basta obter os índices sazonais, de acordo com o modelo escolhido, para cada período da série:

- no modelo aditivo, índice = valor de vendas – média móvel de 12 períodos centrada;
- no modelo multiplicativo, índice = valor de vendas / média móvel de 12 períodos centrada.

No nosso problema tais operações somente poderão ser feitas para os períodos da série que apresentam médias móveis calculadas, ou seja, serão excluídos os 6 primeiros e os 6 últimos. Os resultados serão índices sazonais, um para cada período da série: para obter índices sazonais que representem a sazonalidade da série precisaremos agrupá-los por mês (todos os janeiros, todos os fevereiro...). realizar as operações preconizadas No Capítulo 4 (páginas 18, 19, 20 e 21). As figuras a seguir mostram os detalhes, começando pelo modelo aditivo.

#### 3.1 – Obtenção de índices sazonais pelo modelo aditivo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móve	Total móve	Média móv	Ajuste Exp	Índices sazonais	modelo aditivo	
2	jan/90	1	30,427	42,8748				30,427			
3	fev/90	2	37,023	42,8846				31,0866			
4	mar/90	3	30,281	42,8944				31,00604			
5	abr/90	4	29,485	42,9042				30,85394			
6	mai/90	5	25,317	42,914				30,30024			
7	jun/90	6	36,525	42,9238				30,92272			
8	jul/90	7	36,947	42,9336	487,973	991,074	41,29475	31,52515	=C8-G8		
9	ago/90	8	44,321	42,9434	503,101	1011,366	42,14025	32,80473			
10	set/90	9	48,240	42,9532	508,265	1018,137	42,42238	34,34826			

Figura 32 - Cálculo do índice sazonal - modelo aditivo

Na célula I8 colocamos o resultado da subtração Vendas – Média móvel, que é o índice sazonal

aditivo para o mês de julho de 1990. Podemos arrastar a expressão até a célula I175, que corresponde ao mês de junho de 2004, último período para o qual há média móvel calculada.

Os índices sazonais calculados variam substancialmente, mesmo quando referentes ao mesmo mês do ano. Precisamos obter uma medida de síntese dos seus valores, para cada mês, para que possamos avaliar se há ou não efeito de sazonalidade na série. Vamos apresentar os procedimentos para os modelos aditivo e multiplicativo.

No modelo **aditivo** é preciso primeiramente calcular as médias aritméticas simples dos índices de cada mês. Vamos calcular as médias progressivamente, selecionando os índices sazonais referentes aos meses de janeiro, fevereiro, março, etc. Há 14 índices para cada mês: a série tem 15 anos (180 meses), portanto 15 janeiros, 15 fevereiros, 15 marços, etc. Contudo, devido ao processo de obtenção das médias móveis de 2 períodos centradas, 12 meses foram descartados, resultando que sobraram 14 janeiros, 14 fevereiros, 14 marços, etc. Observe a Figura 33.

	K	L	M	N	O	P	Q
1	<b>Aditivo</b>	Médias sazonais					
2	janeiro	=MÉDIA(I14;I26;I38;I50;I62;I74;I86;I98;I110;I122;I134;I146;I158;I170)					
3	fevereiro						
4	março						
5	abril						
6	maio						
7	junho						
8	julho						
9	agosto						
10	setembro						
11	outubro						
12	novembro						
13	dezembro						

Figura 33 - Cálculo das médias dos índices sazonais - janeiro (modelo aditivo)

Na célula L2 colocamos a fórmula:

=MÉDIA(I14;I26;I38;I50;I62;I74;I86;I98;I110;I122;I134;I146;I158;I170)

Devemos usar ponto e vírgula entre os valores porque estamos escolhendo valores que estão distantes 12 células uns dos outros. O primeiro janeiro está na célula I14, o segundo na célula I26, o terceiro na I38, e assim por diante, até chegar ao último disponível, que está na célula I170, cuja linha corresponde a janeiro de 2004 (último janeiro para o qual a média móvel de 2 períodos centrada foi calculada).

Para calcular os índices sazonais dos outros meses basta "arrastar" a fórmula para baixo, mas **APENAS ATÉ O MÊS DE JUNHO**, ou seja, até a célula L7. Veja a Figura 34.

	K	L	M	N	O	P	Q
1	<b>Aditivo</b>	Médias sazonais					
2	janeiro	0,50444					
3	fevereiro	-3,55241					
4	março	-13,40062					
5	abril	-12,57394					
6	maio	-17,64451					
7	junho	=MÉDIA(I19;I31;I43;I55;I67;I79;I91;I103;I115;I127;I139;I151;I163;I175)					
8	julho						
9	agosto						
10	setembro						
11	outubro						
12	novembro						
13	dezembro						

Figura 34 - Cálculo das médias dos índices sazonais - junho (modelo aditivo)

Repare que a última célula da fórmula é I175, cuja linha corresponde ao mês de junho de 2004, o último mês para o qual há média móvel de 2 períodos centrada. Se "arrastássemos" a fórmula até a célula L13, para obter os índices sazonais até dezembro, cometeríamos dois erros:

- incluiríamos nos cálculos as células I176 em diante, que estão vazias, pois não há índices sazonais para elas, o que poderia levar a resultados errôneos.
- deixaríamos de incluir as células I8 a I13, que contém índices sazonais, porque a primeira fórmula começou a partir da célula I14.

Assim, a fórmula que deverá ser colocado na célula L8 deverá ser:

=MÉDIA(I8;I20;I32;I44;I56;I68;I80;I92;I104;I116;I128;I140;I152;I164)

Veja a Figura 35.

	K	L	M	N	O	P	Q
1	<b>Aditivo</b>	Médias sazonais					
2	janeiro	0,50444					
3	fevereiro	-3,55241					
4	março	-13,40062					
5	abril	-12,57394					
6	maio	-17,64451					
7	junho	-5,769					
8	julho	=MÉDIA(I8;I20;I32;I44;I56;I68;I80;I92;I104;I116;I128;I140;I152;I164)					
9	agosto						
10	setembro						
11	outubro						
12	novembro						
13	dezembro						

Figura 35 - Cálculo das médias dos índices sazonais - julho (modelo aditivo)

"Arrastando" a fórmula até a célula L13 vamos obter as médias restantes. Os índices sazonais resultantes estão mostrados na Figura 36.

	K	L	M
1	<b>Aditivo</b>	Médias sazonais	
2	janeiro	0,50444	
3	fevereiro	-3,55241	
4	março	-13,40062	
5	abril	-12,57394	
6	maio	-17,64451	
7	junho	-5,769	
8	julho	-2,775	
9	agosto	2,881	
10	setembro	7,295	
11	outubro	11,822	
12	novembro	12,177	
13	dezembro	21,067	

Figura 36 - Médias dos índices sazonais (modelo aditivo)

A soma das médias dos índices sazonais vale 0,03135, quando deveria valer zero: há um excesso que precisa ser removido. Já que se trata do modelo aditivo, divide-se o valor da soma por 12 (sazonalidade da série), obtendo-se 0,00261. Este valor será subtraído das médias mostradas na Figura 36, resultando nos índices sazonais propriamente ditos.



	K	L	M	N
1	<b>Aditivo</b>	Médias sa	Índices sazonais	
2	janeiro	0,50444	0,50183	
3	fevereiro	-3,55241	-3,55502	
4	março	-13,40062	-13,40323	
5	abril	-12,57394	-12,57656	
6	maio	-17,64451	-17,64712	
7	junho	-5,76869	-5,77131	
8	julho	-2,77484	-2,77745	
9	agosto	2,88089	2,87828	
10	setembro	7,29522	7,29261	
11	outubro	11,82223	11,81962	
12	novembro	12,17686	12,17425	
13	dezembro	21,06671	21,06410	
14	Soma	0,03135	0,00000	
15	Excesso	0,00261		

No modelo aditivo há influência da sazonalidade se os índices sazonais forem substancialmente diferentes de zero, o que parece ser o caso (veja a Figura 37). Nos meses de fevereiro a julho há queda nas vendas, que chega a diminuir 17 milhões de dólares em maio, em relação à média mensal. A partir de outubro, porém, as vendas crescem substancialmente, havendo um aumento de 21 milhões de dólares em dezembro, em relação à média mensal. Essas variações são grandes demais para desprezar: HÁ influência da componente sazonal na série, o que exige que o modelo de previsão desta série inclua tal componente, além da tendência.

Figura 37 - Índices sazonais (modelo aditivo)

Como foi detectada a influência da componente sazonal na série, ao realizar previsões para um mês de setembro qualquer, o índice sazonal de setembro (7,29261) deverá ser somado à tendência para aquele mês, ao se usar um modelo aditivo para a série temporal.

### 3.2 – Obtenção de índices sazonais pelo modelo *multiplicativo*

O primeiro passo é obter os índices para cada período, dividindo os valores originais da série pelas médias móveis centradas.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Mês	Período	Vendas	T	Total móve	Total móve	Média móv	Ajuste Exp	Índices sa	Índices sazonais	modelo multiplicativo		
2	jan/90	1	30,427	42,8748				30,427					
3	fev/90	2	37,023	42,8846				31,0866					
4	mar/90	3	30,281	42,8944				31,00604					
5	abr/90	4	29,485	42,9042				30,85394					
6	mai/90	5	25,317	42,914				30,30024					
7	jun/90	6	36,525	42,9238				30,92272					
8	jul/90	7	36,947	42,9336	487,973	991,074	41,29475	31,52515	-4,348	=C8/G8			
9	ago/90	8	44,321	42,9434	503,101	1011,366	42,14025	32,80473	2,181				

Figura 38 - Cálculo do índice sazonal - modelo multiplicativo

Na célula J8 colocamos o resultado da divisão Vendas / Média móvel, que é o índice sazonal multiplicativo para o mês de julho de 1990. Podemos arrastar a expressão até a célula J175, que corresponde ao mês de junho de 2004, último período para o qual há média móvel calculada.

Para calcular os índices sazonais no modelo **multiplicativo** é preciso primeiramente calcular as médias dos índices de cada mês, sem os seus valores extremos (máximo e mínimo). Para tanto precisamos usar a função MÉDIA.INTERNA, que permite informar o intervalo com os dados e a proporção deles que será desprezada. Isso exige que tais valores sejam identificados para cada mês: agora usaremos os dados que estão na coluna J, que tem os resultados dos índices sazonais para o modelo multiplicativo, mas a estrutura e as linhas serão iguais às usadas para o modelo aditivo. Por exemplo, para encontrar a média interna dos meses de janeiro devemos usar a seguinte fórmula:

- na célula O2 (ver Figura 39) colocamos a fórmula

=MÉDIA.INTERNA((J14;J26;J38;J50;J62;J74;J86;J98;J110;J122;J134;J146;J158;J170);2/14)

- na célula P2 (ver figura 34) colocamos a fórmula

=MÍNIMO(J14;J26;J38;J50;J62;J74;J86;J98;J110;J122;J134;J146;J158;J170)

	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	<b>Multiplicativo</b>	Média Interna							
2	janeiro	=MÉDIA.INTERN((J14;J26;J38;J50;J62;J74;J86;J98;J110;J122;J134;J146;J158;J170);2/14)							
3	fevereiro	MÉDIA.INTERN(matriz;porcentagem)							
4	março								
5	abril								
6	maio								
7	junho								
8	julho								
9	agosto								
10	setembro								
11	outubro								
12	novembro								
13	dezembro								

**Figura 39 – Média interna dos índices sazonais de janeiro (modelo multiplicativo)**

Alguns detalhes:

- o intervalo que contém as células com os dados dos meses precisa estar entre parênteses;
- a porcentagem 2/14 indica que, dos 14 valores disponíveis, o Excel deve desprezar dois, os extremos no caso.

Podemos arrastar a fórmula até a célula O7, o mês de junho, devido aos mesmos motivos apresentados quando do modelo aditivo.

Para o mês de julho devemos usar as seguintes fórmulas:

- na célula O8 (ver Figura 40) colocamos a fórmula  
= MÉDIA.INTERN((J8;J20;J32;J44;J56;J68;J80;J92;J104;J116;J128;J140;J152;J164);2/14)

	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	<b>Multiplicativo</b>	Média Interna							
2	janeiro	1,003629297							
3	fevereiro	0,915604832							
4	março	0,710515193							
5	abril	0,696537144							
6	maio	0,609148403							
7	junho	0,860084055							
8	julho	=MÉDIA.INTERN((J8;J20;J32;J44;J56;J68;J80;J92;J104;J116;J128;J140;J152;J164);2/14)							
9	agosto	MÉDIA.INTERN(matriz;porcentagem)							
10	setembro								
11	outubro								
12	novembro								
13	dezembro								

**Figura 40 - Média interna dos índices sazonais de julho (modelo multiplicativo)**

Podemos arrastar a fórmula até a célula O13, o mês de dezembro. Os resultados podem ser vistos na Figura 41.

	N	O
1	<b>Multiplicativo</b>	Média Interna
2	janeiro	1,003629297
3	fevereiro	0,915604832
4	março	0,710515193
5	abril	0,696537144
6	maio	0,609148403
7	junho	0,860084055
8	julho	0,932683545
9	agosto	1,041728977
10	setembro	1,150567624
11	outubro	1,286717871
12	novembro	1,281962934
13	dezembro	1,490843247

**Figura 41 - Médias dos índices sazonais sem extremos (modelo multiplicativo)**

Precisamos verificar se a soma dos índices multiplicativos é igual a 12, a sazonalidade. Neste caso vale 11,98002: há uma falta que precisa ser compensada. Já que se trata do modelo multiplicativo, subtrai-se da soma o valor da sazonalidade (12), obtendo -0,01998. Este valor deve ser dividido pela sazonalidade (12) resultando -0,00166. Posteriormente subtrai-se este resultado de 1, obtendo o fator 1,00166. Os procedimentos estão mostrados na Figura 42.

	N	O		N	O		N	O
1	Multiplicativo	Média Interna	1	Multiplicativo	Média Interna	1	Multiplicativo	Média Interna
2	janeiro	1,003629297	2	janeiro	1,003629297	2	janeiro	1,003629297
3	fevereiro	0,915604832	3	fevereiro	0,915604832	3	fevereiro	0,915604832
4	março	0,710515193	4	março	0,710515193	4	março	0,710515193
5	abril	0,696537144	5	abril	0,696537144	5	abril	0,696537144
6	maio	0,609148403	6	maio	0,609148403	6	maio	0,609148403
7	junho	0,860084055	7	junho	0,860084055	7	junho	0,860084055
8	julho	0,932683545	8	julho	0,932683545	8	julho	0,932683545
9	agosto	1,041728977	9	agosto	1,041728977	9	agosto	1,041728977
10	setembro	1,150567624	10	setembro	1,150567624	10	setembro	1,150567624
11	outubro	1,286717871	11	outubro	1,286717871	11	outubro	1,286717871
12	novembro	1,281962934	12	novembro	1,281962934	12	novembro	1,281962934
13	dezembro	1,490843247	13	dezembro	1,490843247	13	dezembro	1,490843247
14	SOMA	11,98002312	14	SOMA	11,98002312	14	SOMA	11,98002312
15	EXCESSO	=O14-12	15	EXCESSO	-0,00166474	15	EXCESSO	-0,00166474
16	EXCESSO	=(O14-12)/12	16	FATOR	=1-O15	16	FATOR	1,00166474

Figura 42 - Obtenção do fator de correção dos índices sazonais do modelo multiplicativo

O fator obtido na célula O16 deve ser multiplicado pelas médias internas de cada mês, para obter os índices sazonais propriamente ditos, como mostrados na Figura 43 (a célula O16 é referência absoluta para que todos os índices sejam sempre multiplicados pelo mesmo fator):

	N	O	P		N	O	P
1	Multiplicativo	Média Interna	Índices sazonais	1	Multiplicativo	Média Interna	Índices sazonais
2	janeiro	1,003629297	=O2*\$O\$16	2	janeiro	1,003629297	1,005300078
3	fevereiro	0,915604832		3	fevereiro	0,915604832	0,917129076
4	março	0,710515193		4	março	0,710515193	0,711698016
5	abril	0,696537144		5	abril	0,696537144	0,697696697
6	maio	0,609148403		6	maio	0,609148403	0,610162477
7	junho	0,860084055		7	junho	0,860084055	0,861515871
8	julho	0,932683545		8	julho	0,932683545	0,93423622
9	agosto	1,041728977		9	agosto	1,041728977	1,043463185
10	setembro	1,150567624		10	setembro	1,150567624	1,15248302
11	outubro	1,286717871		11	outubro	1,286717871	1,288859921
12	novembro	1,281962934		12	novembro	1,281962934	1,284097069
13	dezembro	1,490843247		13	dezembro	1,490843247	1,493325113
14	SOMA	11,98002312		14	SOMA	11,98002312	11,99996674
15	EXCESSO	-0,00166474		15	EXCESSO	-0,00166474	
16	FATOR	1,00166474		16	FATOR	1,00166474	

Figura 43 - Índices sazonais (modelo multiplicativo)

A soma dos índices sazonais agora é igual a 12 (a diferença ocorre na 5ª casa decimal).

Observando os resultados dos índices sazonais o que podemos concluir? Alguns índices distanciam-se razoavelmente de 1, que é o valor referência em um modelo multiplicativo (que indica que não há influência da componente). Então, no presente caso, HÁ influência da componente sazonal: nos meses de fevereiro a julho as vendas caem, chegando a ser 39% ( $1 - 0,61 = 0,39$ ) menores do que a média mensal em maio; nos meses de setembro a dezembro há um crescimento, que chega a ser 49% ( $1,49 - 1 = 0,49$ ) maior do que a média mensal (observe que as conclusões são semelhantes as do modelo aditivo). Essas variações são grandes demais para serem desprezadas em uma eventual previsão de vendas futuras: no modelo de previsão, além da tendência, deve ser incluída a componente sazonal. Ao fazer a previsão para um mês de dezembro qualquer deveremos multiplicar a tendência calculada para o período em questão pelo índice sazonal de dezembro, 1,493325.

#### 4. Obtenção das componentes cíclicas e irregulares

Estas duas componentes são geralmente analisadas em conjunto. Para obtê-las precisamos remover a tendência e a sazonalidade (caso a série seja registrada em períodos inferiores a um ano) da série.

Supondo um modelo aditivo:  $CI = Y - T - S$

Supondo um modelo multiplicativo:  $CI = Y/(T \times S)$ .

Os índices sazonais (componente S) foram obtidos no item 3, para os modelos aditivo e multiplicativo. No item 2, porém, obtivemos tendência por 3 métodos diferentes (um deles, por médias móveis centradas, foi utilizado na obtenção dos índices sazonais): qual deles usar para calcular as componentes cíclicas?

Ao final dos itens 2.2 e 2.3 foi observado que os gráficos das médias móveis e do ajuste exponencial (Figura 28 e Figura 31) sugeriam a existência de ciclos, devido à alternância dos valores em torno de 40 milhões de dólares: na prática as médias móveis de 12 períodos centradas e o ajuste exponencial com  $W = 0,1$  são equivalentes à soma das componentes Tendência e Cíclica (no modelo aditivo) ou ao seu produto (no modelo multiplicativo). Isso explicaria porque seus gráficos apresentam os comportamentos mostrados naquelas figuras. Por essa razão é que os valores da série são subtraídos ou divididos pelas médias móveis centradas (que seriam equivalentes a  $T + C$  ou  $T \times C$ ), resultando em  $S + I$  ou  $S \times I$  respectivamente: o cálculo dos índices para todos os períodos da série e os procedimentos de cálculo das médias dos índices permitem eliminar a componente irregular (I), resultando nos índices sazonais (componente S)<sup>1</sup>. Sendo assim, se usarmos a tendência por médias móveis centradas de 12 períodos, ou por ajuste exponencial, simplesmente sobrarão a componente irregular, seja pelo modelo aditivo ou multiplicativo. Como, por definição, a componente irregular deriva de fatos fortuitos, imponderáveis, ela não pode ser incorporada ao modelo clássico das séries temporais. Conclui-se então que devemos usar a tendência obtida pela equação linear, ou por qualquer outro modelo matemático (polinômio de 2º grau, logarítmico, etc.) no item 2.1, tanto para o modelo aditivo como para o multiplicativo.

Resolvido o dilema acima, lembramos onde estão os valores das componentes tendência e sazonal? Os valores da tendência estão nas células D2 a D181. Os índices sazonais pelo modelo aditivo estão nas células M2 a M13, e os do modelo multiplicativo nas células P2 a P13. Ao construir as fórmulas devemos levar em conta o tipo de modelo escolhido e garantir que os valores da série em todos os janeiros sejam reduzidos do índice de janeiro (do modelo aditivo) ou divididos pelo índice de janeiro (do modelo multiplicativo): temos que estabelecer referências absolutas nas células que serão usadas nos cálculos.

##### 4.1 – Obtenção de componentes CI pelo modelo **aditivo**.

Tomando o modelo **aditivo**: os resultados das componentes cíclica e irregular serão colocados a partir da célula S2, onde colocaremos a seguinte fórmula:  $= C2 - D2 - \$M\$2$

Veja a Figura 44:

	R	S
1	Mês	CI aditivo
2	jan/90	$=C2-D2- \$M\$2$
3	fev/90	
4	mar/90	
5	abr/90	
6	mai/90	

Repetimos este procedimento (SEM "arrastar" a fórmula original) para os outros 11 meses, sempre mantendo a referência absoluta aos índices da coluna M e variando os das C e D. Para que possamos estender o procedimento a toda a série basta selecionar as células S2 a S13, pressionar "Copiar", posicionar o cursor na célula S14 e pressionar "Colar". Posiciona-se o cursor na célula S26 e pressiona-se "Colar". Repete-se o procedimento até completar todos os períodos da série: da célula S2 à S181.

Figura 44 - CI modelo aditivo

<sup>1</sup> Ver SPIEGEL, M. R. Estatística, 3ª edição – São Paulo: Makron Books, 1993, página 431.

Com as componentes CI calculadas podemos construir um gráfico para avaliá-las. Construindo um gráfico de linhas, conforme foi visto na seção 1, usando como dados as células S2 a S181, mas incluindo nos rótulos do eixo das categorias os nomes dos meses, para permitir um melhor reconhecimento dos ciclos, se houver.

O nosso objetivo é dispor as componentes cíclicas e irregulares em um gráfico de linhas, para que seja possível avaliar se a componente cíclica tem influência significativa na série: caso tenha, precisa ser incorporada no modelo de previsão. A componente irregular não pode ser incorporada ao modelo de previsão porque NÃO é possível prever o seu comportamento, visto que ela é resultado de fatos fortuitos, inesperados. O gráfico resultante está na Figura 45.

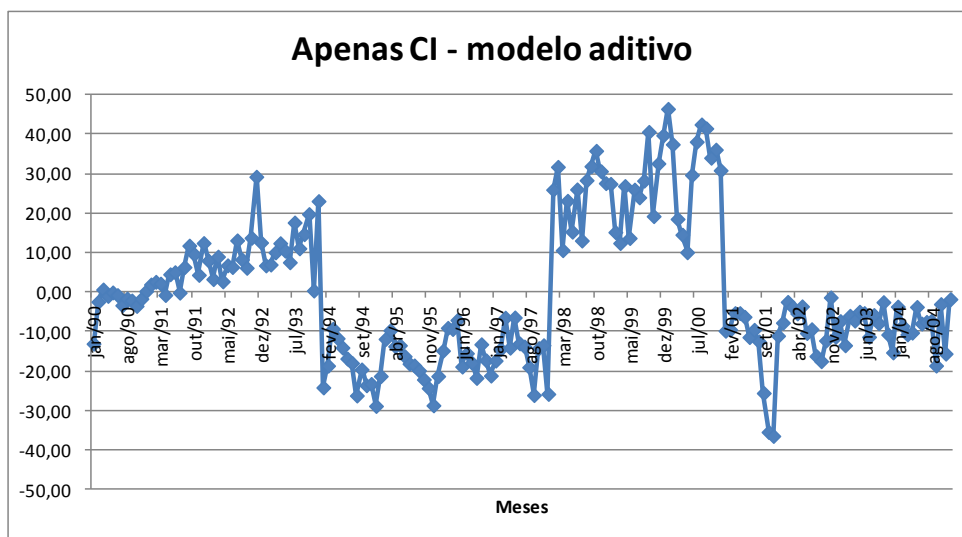


Figura 45 - Gráfico das componentes cíclicas e irregulares (modelo aditivo)

Conforme já suspeitado na análise da Figura 28 e Figura 31 HÁ influência de componentes cíclicas na série de vendas de calçados, pelo modelo aditivo: existe uma alternância sistemática entre valores maiores e menores do que zero, com duração superior a um ano. Valores predominantemente abaixo de zero em 1990, acima de zero de 1991 a 1993, abaixo de zero de 1994 a 1997, acima de zero novamente de 1998 a 2000, e abaixo de zero novamente de 2001 a 2004: configuram-se então ciclos de 3 anos de alta e 4 anos de baixa (sendo que 1994 provavelmente foi o último ano de um ciclo de baixa). Há também alguns pontos que parecem sugerir efeitos irregulares sérios: como a queda no final de 2001, provavelmente devido aos atentados terroristas.

Sendo assim, conclui-se que o modelo aditivo de **previsão** de vendas de calçados deve incluir a componente cíclica, e tal como a componente sazonal um índice deve ser calculado para representar os períodos de alta e de baixa. Há duas maneiras de calcular os índices, mas em ambos utiliza-se a mediana dos índices:

- 1) Utilizam-se os índices de todos os períodos: por exemplo, a mediana de **todos** os períodos de alta (para obter o representante dos ciclos de alta) e de **todos** os de baixa (para obter o representante dos ciclos de alta) – este procedimento é usado quando queremos fazer a recomposição da série, para identificar qual dos dois modelos (aditivo ou multiplicativo) é o mais apropriado.
- 2) Utilizam-se os índices apenas dos **últimos períodos completos** de alta e de baixa (procurando dar mais importância aos dados mais recentes, que teoricamente teriam maior influência na série) – este procedimento é usado quando queremos fazer previsão dos valores futuros da série.

Vamos ver os resultados dos dois procedimentos, para o modelo aditivo, para os ciclos de alta e de baixa.



No caso de recomposição, para os ciclos de alta vamos colocar o resultado na célula W2, abrangendo os valores de janeiro de 1991 a dezembro de 1993, e de janeiro de 1998 a dezembro de 2000, exatamente como explicado acima. Vejam a Figura 46:

	R	S	T	U	V	W
1	Mês	Cl aditivo	Recomposição			
2	jan/90	-12,94963	Ciclos de alta	=MED(S14:S49;S98:S133)		
3	fev/90	-2,30658	Ciclos de baixa	MED(núm1; [núm2]; [núm3]; ...)		
4	mar/90	0,78983				

O primeiro período de alta (1991 a 1993) compreende as células S14 a S49, e o segundo (1998 a 2000) as células S98 a S133. Observe o ponto e vírgula entre os 2 períodos.

Figura 46 - Obtenção do representante dos ciclos de alta para recomposição (modelo aditivo)

Raciocínio análogo pode ser feito para os ciclos de baixa, que englobam os anos de 1991, 1994 a 1997 e 2001 a 2004, conforme mostrado na Figura 47:

	R	S	T	U	V	W
1	Mês	Cl aditivo	Recomposição			
2	jan/90	-12,94963	Ciclos de alta	14,29277		
3	fev/90	-2,30658	Ciclos de baixa	=MED(S2:S13;S50:S97;S134:S197)		
4	mar/90	0,78983		MED(núm1; [núm2]; [núm3]; [núm4]; ...)		
5	abr/90	-0,84264				
6	mai/90	0,05012				
7	jun/90	-0,62749				
8	jul/90	-3,20915				
9	ago/90	-1,50068				
10	set/90	-2,00581				
11	out/90	-3,38562				
12	nov/90	-1,55905				
13	dez/90	0,37530				

Com esta abordagem vamos obter os seguintes valores:  
Ciclo de alta = 14,29277  
Ciclo de baixa = -11,24952  
Ao recompor a série usaremos os valores acima como componentes cíclicas, dependendo se o período for de alta ou de baixa.

Figura 47 - Obtenção do representante dos ciclos de baixa para recomposição (modelo aditivo)

Os índices para previsão de valores futuros devem utilizar os últimos períodos completos de alta e de baixa: alta de 1998 a 2000 (colocaremos o resultado na célula U5), baixa de 2001 a 2004 (colocaremos o resultado na célula U6). Vejam a Figura 48:

	R	S	T	U	V
1	Mês	Cl aditivo	Recomposição		
2	jan/90	-12,94963	Ciclos de alta	14,29277	
3	fev/90	-2,30658	Ciclos de baixa	-11,24952	
4	mar/90	0,78983	Previsão		
5	abr/90	-0,84264	Ciclos de alta	=MED(S98:S133)	
6	mai/90	0,05012	Ciclos de baixa		

	R	S	T	U	V
1	Mês	Cl aditivo	Recomposição		
2	jan/90	-12,94963	Ciclos de alta	14,29277	
3	fev/90	-2,30658	Ciclos de baixa	-11,24952	
4	mar/90	0,78983	Previsão		
5	abr/90	-0,84264	Ciclos de alta	28,07171	
6	mai/90	0,05012	Ciclos de baixa	=MED(S134:S181)	

O último período completo de alta (1998 a 2000) está descrito nas células S98 a S133, e o último período completo de baixa (2001 a 2004) está nas células S134 a S181. Calculando as medianas destas células teremos, respectivamente:

Ciclos de alta = 28,07171

Ciclos de baixa = -8,15354

Ao fazer previsões para 2005 ou 2006 devemos usar os valores acima, dependendo se for um período de alta ou de baixa.

Figura 48 - Obtenção de representantes de ciclos de alta e de baixa para previsão (modelo aditivo)

#### 4.2 – Obtenção de componentes CI pelo modelo **multiplicativo**

Podemos agora realizar um procedimento análogo para o modelo multiplicativo, cujas componentes cíclicas e irregulares serão colocadas a partir da célula V2, onde colocaremos a seguinte fórmula: = C2/(D2\*\$P\$2)

Veja a Figura 49:

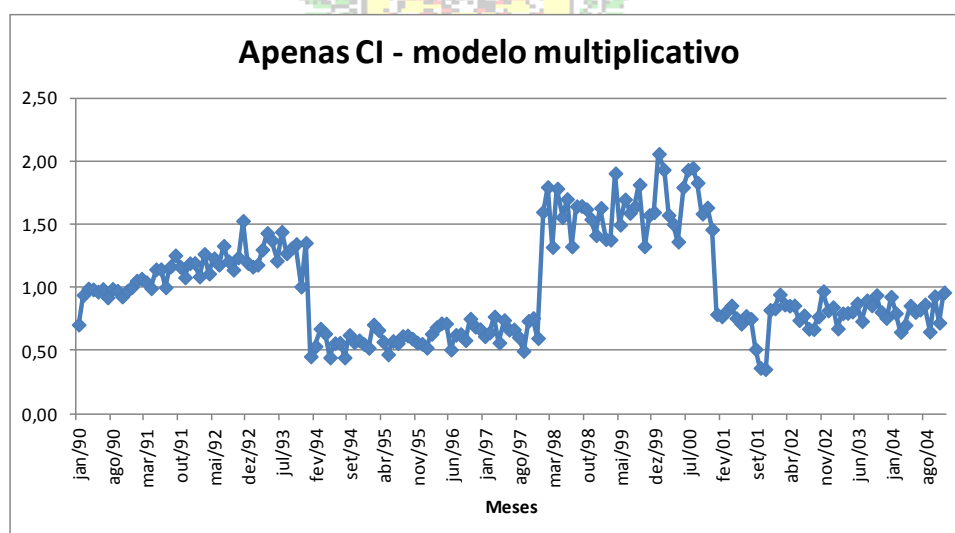
	R	S	T	U	V
1	Mês	CI aditivo	Recomposição		CI Multiplicativo
2	jan/90	-12,94963	Ciclos de alta	14,29277	=C2/(D2*\$P\$2)
3	fev/90	-2,30658	Ciclos de baixa	-11,24952	
4	mar/90	0,78983	Previsão		
5	abr/90	-0,84264	Ciclos de alta	28,07171	
6	mai/90	0,05012	Ciclos de baixa	-8,15344	

Repetimos este procedimento (SEM "arrastar" a fórmula original) para os outros 11 meses, sempre mantendo a referência absoluta aos índices da coluna P e variando os da C e D.

**Figura 49 – Componentes CI (modelo multiplicativo)**

Para que possamos estender o procedimento a toda a série basta selecionar as células V2 a V13, pressionar "Copiar", posicionar o cursor na célula V14 e pressionar "Colar". Posiciona-se o cursor na célula V26 e pressiona-se "Colar". Repete-se o procedimento até completar todos os períodos da série: da célula V2 à V181.

Com as componentes CI calculadas podemos construir um gráfico para avaliá-las, como foi feito para o modelo aditivo. O resultado pode ser visto na Figura 50.



**Figura 50 - Gráfico das componentes cíclicas e irregulares (modelo multiplicativo)**

Conforme já suspeitado na análise da Figura 28 e Figura 31, e corroborando as conclusões da análise do modelo aditivo (Figura 44) HÁ influência de componentes cíclicas na série de vendas de calçados, pelo modelo multiplicativo: existe uma alternância sistemática entre valores maiores e menores do que um, com duração superior a um ano. Valores predominantemente abaixo de um em 1990, acima de um de 1991 a 1993, abaixo de um de 1994 a 1997, acima de um novamente de 1998 a 2000, e abaixo de um novamente de 2001 a 2004: configuram-se então ciclos de 3 anos de alta e 4 anos de baixa (1994 provavelmente foi o último ano de um ciclo de baixa). E novamente observamos um efeito irregular nos últimos anos de 2001.

Sendo assim, conclui-se que o modelo multiplicativo de **previsão** de vendas de calçados deve incluir a componente cíclica, e tal como a componente sazonal um índice deve ser calculado para representar os períodos de alta e de baixa. De maneira análoga ao modelo aditivo vamos apresentar os resultados para recomposição e previsão;

No caso de recomposição, para os ciclos de alta vamos colocar o resultado na célula X2, abrangendo os valores de janeiro de 1991 a dezembro de 1993, e de janeiro de 1998 a dezembro de 2000, exatamente como explicado acima. Vejam a Figura 51:

	V	W	X	Y	Z
1	CI Multiplicativo	Recomposição			
2	0,705929467	Ciclos de alta	=MED(V14:V49;V98:V133)		
3	0,941325408	Ciclos de baixa			
4	0,991913636				

O primeiro período de alta (1991 a 1993) compreende as células V14 a V49, e o segundo (1998 a 2000) as células V98 a V133. Observe o ponto e vírgula entre os 2 períodos.

Figura 51 - Obtenção do representante dos ciclos de alta para recomposição (modelo multiplicativo)

Raciocínio análogo pode ser feito para os ciclos de baixa, que englobam os anos de 1991, 1994 a 1997 e 2001 a 2004, conforme mostrado na Figura 52:

	V	W	X	Y	Z	A
1	CI Multiplicativo	Recomposição				
2	0,705929467	Ciclos de alta	1,36818			
3	0,941325408	Ciclos de baixa	=MED(V2:V13;V50:V97;V134:V181)			
4	0,991913636		MED(núm1; [núm2]; [núm3]; [núm4]; ...)			
5	0,984996431					
6	0,96686925					
7	0,987708473					
8	0,921139008					
9	0,989090415					
10	0,97448967					
11	0,928191211					
12	0,971127029					
13	1,00366124					

Com esta abordagem vamos obter os seguintes valores:  
 Ciclo de alta = 1,36815  
 Ciclo de baixa = 0,71864  
 Ao recompor a série usaremos os valores acima como componentes cíclicas, dependendo se o período for de alta ou de baixa.

Figura 52 - Obtenção do representante dos ciclos de baixa para recomposição (modelo multiplicativo)

Os índices para previsão de valores futuros devem utilizar os últimos períodos completos de alta e de baixa: alta de 1998 a 2000 (colocaremos o resultado na célula X5), baixa de 2001 a 2004 (colocaremos o resultado na célula X6). Vejam a Figura 53:

	V	W	X	Y
1	CI Multiplicativo	Recomposição		
2	0,705929467	Ciclos de alta	1,36818	
3	0,941325408	Ciclos de baixa	0,71866	
4	0,991913636	Previsão		
5	0,984996431	Ciclos de alta	=MED(V98:V133)	
6	0,96686925	Ciclos de baixa		

	V	W	X	Y
1	CI Multiplicativo	Recomposição		
2	0,705929467	Ciclos de alta	1,36818	
3	0,941325408	Ciclos de baixa	0,71866	
4	0,991913636	Previsão		
5	0,984996431	Ciclos de alta	1,60953	
6	0,96686925	Ciclos de baixa	=MED(V134:V181)	

O último período completo de alta (1998 a 2000) está descrito nas células V98 a V133, e o último período completo de baixa (2001 a 2004) está nas células V134 a V181. Calculando as medianas destas células teremos, respectivamente:  
 Ciclos de alta = 1,60948  
 Ciclos de baixa = 0,80206  
 Ao fazer previsões para 2005 ou 2006 devemos usar os valores acima, dependendo se for um período de alta ou de baixa.

Figura 53 - Obtenção de representantes de ciclos de alta e de baixa para previsão (modelo multiplicativo)

## 5. Recomposição da série temporal

Uma vez identificadas as componentes que influenciam a série, por ambos os modelos, resta fazer a recomposição da série, para que seja possível avaliar qual é o melhor modelo para representá-la<sup>2</sup>.

No modelo aditivo:  $\hat{Y} = T + S + C$

No modelo multiplicativo:  $\hat{Y} = T \times S \times C$

$\hat{Y}$  é o valor recomposto da série, seja pelo modelo aditivo ou pelo multiplicativo. No caso que estamos estudando há uma equação de tendência linear (ver item 2.1) que pode ser usada para os dois modelos. Constatamos também que há influência de sazonalidade e variações cíclicas em ambos os modelos (itens 3 e 4): os índices sazonais aditivos estão nas células M2 a M13, os multiplicativos nas células P2 a P13; os índices cíclicos aditivos estão nas células U2 e U3, os multiplicativos nas células X2 e X3. Todos precisarão ser usados para fazer a recomposição.

### 5.1 – Recomposição pelo modelo aditivo

O primeiro resultado será correspondente ao mês de janeiro de 1990. Deve-se usar o índice sazonal de janeiro, e posteriormente o de fevereiro na célula seguinte, e assim sucessivamente. O ano de 1990 foi considerado ano de baixa, pela componente cíclica, o que exigirá a utilização do índice de recomposição de ciclos de baixa do modelo aditivo. O período de 1991 a 1994 foi um período de alta, deve-se usar o índice de ciclos de alta e assim sucessivamente, de acordo com as conclusões do item 4. Este procedimento pode ser tedioso e levar a erros. Uma solução é preencher duas colunas com os valores dos índices sazonais (copiando e colocando as referências absolutas aos índices existentes nas células M2 a M13) e da mesma forma para a componente cíclica (referindo-se às células W2 e W3). Observe as figuras a seguir:

	Y	Z	AA
1	Mês	Saz.Aditivo	CI Aditivo
2	jan/90	=M\$2	
3	fev/90		

Figura 54 - Sazonalidade (modelo aditivo)

Repetimos este procedimento (SEM "arrastar" a fórmula original) para os outros 11 meses, sempre mantendo a referência absoluta aos índices da coluna M. Para que possamos estender o procedimento a toda a série basta selecionar as células Z2 a Z13, pressionar "Copiar", posicionar o cursor na célula Z14 e pressionar "Colar". Posiciona-se o cursor na célula Z26 e pressiona-se "Colar". Repete-se o procedimento até completar todos os períodos da série: da célula Z2 à Z181.

	Y	Z	AA
1	Mês	Saz.Aditivo	CI Aditivo
2	jan/90	0,50183	=U\$3
3	fev/90		
4	mar/90		
5	abr/90		

Figura 55 - CI de 1990 (modelo aditivo)

Para a componente cíclica procedemos de forma semelhante. Sabemos que 1990 foi ano de baixa, e que o representante dos ciclos de baixa para o modelo aditivo está na célula U3. Tornamos a referência absoluta e arrastamos a fórmula até à célula AA13 completando o ano.

<sup>2</sup> Não incluímos a irregular porque sendo resultado de fatos fortuitos não podemos incorporá-la ao modelo.



	Y	Z	AA
1	Mês	Saz.Aditivo	CI Aditivo
2	jan/90	0,50183	-11,24952
3	fev/90	-3,55502	-11,24952
4	mar/90	-13,40323	-11,24952
5	abr/90	-12,57656	-11,24952
6	mai/90	-17,64712	-11,24952
7	jun/90	-5,77131	-11,24952
8	jul/90	-2,77745	-11,24952
9	ago/90	2,87828	-11,24952
10	set/90	7,29261	-11,24952
11	out/90	11,81962	-11,24952
12	nov/90	12,17425	-11,24952
13	dez/90	21,06410	-11,24952

Figura 56 - Componentes sazonal e cíclica para o ano de 1990 (modelo aditivo)

Ao passarmos para o ano de 1991 os índices sazonais se mantêm, mas teremos que usar o representante dos ciclos de alta, até o final do período de alta, ou seja, até dezembro de 1993.

	Y	Z	AA
1	Mês	Saz.Aditivo	CI Aditivo
2	jan/90	0,50183	-11,24952
3	fev/90	-3,55502	-11,24952
4	mar/90	-13,40323	-11,24952
5	abr/90	-12,57656	-11,24952
6	mai/90	-17,64712	-11,24952
7	jun/90	-5,77131	-11,24952
8	jul/90	-2,77745	-11,24952
9	ago/90	2,87828	-11,24952
10	set/90	7,29261	-11,24952
11	out/90	11,81962	-11,24952
12	nov/90	12,17425	-11,24952
13	dez/90	21,06410	-11,24952
14	jan/91	0,50183	= $\$U\$2$

Figura 57 - CI de 1991 (modelo aditivo)

Os índices sazonais repetem-se exatamente. Mas no mês de janeiro de 1991, identificado como ano pertencente a um ciclo de alta, devemos usar o representante dos ciclos de alta, que está na célula U2. Tornamos a referência absoluta, para que seja possível arrastar a fórmula até o mês de dezembro de 1993, último deste período de alta. Até que em 1994, nova baixa, exigindo o uso do valor da célula U3.

	Y	Z	AA
36	nov/92	12,17425	14,29277
37	dez/92	21,06410	14,29277
38	jan/93	0,50183	= $\$U\$3$
39	fev/93	-3,55502	
40	mar/93	-13,40323	

Figura 58 - CI de 1994 (modelo aditivo)

Tornando a referência absoluta e arrastando a fórmula até o mês de dezembro de 1997 completamos mais um período de baixa. Em janeiro de 1998, novo período de alta, mais uma vez devemos usar o representante dos ciclos de alta, da célula U2:

	Y	Z	AA
97	dez/97	21,06410	-11,24952
98	jan/98	0,50183	= $\$U\$2$
99	fev/98	-3,55502	
100	mar/98	-13,40323	
101	abr/98	-12,57656	

Figura 59 - CI de 1998 (modelo aditivo) célula AA181.

Torna-se a referência absoluta e arrasta-se a fórmula até dezembro de 2000. Em janeiro de 2001, nova baixa, que irá durar até o fim da série, em 2004, na

	Y	Z	AA
133	dez/00	21,06410	14,29277
134	jan/01	0,50183	= $\$U\$3$
135	fev/01	-3,55502	
136	mar/01	-13,40323	
137	abr/01	-12,57656	

Figura 60 - CI de 2001 (modelo aditivo)

Concluídos os procedimentos acima podemos realizar a recomposição propriamente dita que será extremamente simples. O primeiro resultado será colocado na célula AB2. Veja a figura a seguir:

	Y	Z	AA	AB
1	Mês	Saz.Aditivo	CI Aditivo	Recomp.Aditivo
2	jan/90	0,50183	-11,24952	= $C2+Z2+AA2$
3	fev/90	-3,55502	-11,24952	
4	mar/90	-13,40323	-11,24952	
5	abr/90	-12,57656	-11,24952	
6	mai/90	-17,64712	-11,24952	

Figura 61 - Recomposição da série (modelo aditivo)

A recomposição da série será igual à soma da tendência linear (que está na coluna D), da sazonalidade (índices estão na coluna Z) e componente cíclica (na coluna AA).

Basta arrastar a fórmula até a célula AB181, completando assim a série recomposta.



Procedimento semelhante será realizado para o modelo multiplicativo.

### 5.2 – Recomposição da série pelo modelo *multiplicativo*.

No caso do modelo multiplicativo o procedimento é análogo ao aditivo. O que muda? Obviamente, as células que contêm os índices sazonais (P2 a P13) e as que contêm os representantes dos ciclos de alta e de baixa para recomposição (X2 e X3 respectivamente). Podemos observar nas próximas figuras um resumo dos procedimentos.

	AC	AD
1	Saz.Multiplicativo	CI Multiplicativo
2	=P\$2	
3		

Mantendo a referência absoluta aos índices da coluna P, podemos estender o procedimento a toda a série basta selecionar as células AC2 a AC13, copiá-las, e colar na célula AC14. Repete-se o procedimento até completar todos os períodos da série: da célula AC2 à AC181.

Figura 62 - Sazonalidade (modelo multiplicativo)

	AC	AD
1	Saz.Multiplicativo	CI Multiplicativo
2	1,005300078	=X\$3

Para a componente cíclica procedemos de forma semelhante. Sabemos que 1990 foi ano de baixa, e que o representante dos ciclos de baixa para o modelo aditivo está na célula X3. Tornamos a referência absoluta e arrastamos a fórmula até à célula AD13 completando o ano.

Figura 63 - CI de 1990 (modelo multiplicativo)

	AC	AD
1	Saz.Multiplicativo	CI Multiplicativo
2	1,005300078	0,71865945
3	0,917129076	0,71865945
4	0,711698016	0,71865945
5	0,697696697	0,71865945
6	0,610162477	0,71865945
7	0,861515871	0,71865945
8	0,93423622	0,71865945
9	1,043463185	0,71865945
10	1,15248302	0,71865945
11	1,288859921	0,71865945
12	1,284097069	0,71865945
13	1,493325113	0,71865945

Os índices sazonais são os mesmos observados nas células P2 a P13 e a componente cíclica permanece a mesma durante todo o ano. Fazendo as devidas alterações na componente cíclica de acordo com os anos (1991 a 1993 alta, 1994 a 1997 baixa, 1998 a 2000 alta, 2001 a 2004 baixa), tal como no modelo aditivo, os dados estarão prontos para a realização da recomposição da série pelo modelo multiplicativo. O primeiro resultado será colocado na célula AE2, veja a figura 66.

Figura 64 - Componentes sazonal e cíclica para o ano de 1990 (modelo multiplicativo)

	AC	AD	AE
1	Saz.Multiplicativo	CI Multiplicativo	Recomp.Multiplicativo
2	1,005300078	0,71865945	=D2*AC2*AD2
3	0,917129076	0,71865945	
4	0,711698016	0,71865945	
5	0,697696697	0,71865945	

Figura 65 - Recomposição da série (modelo multiplicativo)

A recomposição da série será igual ao produto da tendência linear (que está na coluna D), pela sazonalidade (índices estão na coluna AC) e pela componente cíclica (na coluna AD).

Basta arrastar a fórmula até a célula AE181, completando assim a série recomposta.

5.3 – Escolha do melhor modelo para representar a série

O melhor modelo para representar a série será o que apresentar os menores valores para as medidas de acuracidade, que estão descritas no item 4.5.2 do Capítulo 4. Todas as medidas envolvem o cálculo de erros: diferenças entre os valores reais da série e aqueles obtidos pela recomposição.

Erro absoluto médio (EAM): 
$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t|$$

Erro quadrático médio (EQM): 
$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2$$

Erro percentual médio (EPM): 
$$EPM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left[ \left( \frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right]$$

Erro percentual absoluto médio (EPAM): 
$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left( \frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right|$$

Onde: 
$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

Precisamos calcular os erros, os seus valores absolutos, os quadrados dos erros, e o quociente dos erros pelos respectivos valores da série, tanto para o modelo aditivo quanto para o multiplicativo. Posteriormente calculamos as médias apropriadas para obter as medidas e escolher o modelo.

Para o modelo aditivo:

	AF	AG
1	Mês	et Aditivo
2	jan/90	=C2-AB2
3	fev/90	

O erro é a diferença entre o valor original (coluna C) e o recomposto (coluna AB). Na Figura 67 está o valor absoluto (sem sinal), função ABS.

	AF	AG	AH
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo
2	jan/90	-1,70011	=ABS(AG2)
3	fev/90	8,94294	

Figura 66 - Erro (modelo aditivo)

Figura 67 - Erro absoluto (modelo aditivo)

	AF	AG	AH	AI
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2
2	jan/90	-1,69907	1,69907	=AG2^2
3	fev/90	8,94398	8,94398	
4	mar/90	12,04038	12,0404	

Precisamos dos valores dos erros, erros absolutos e quadrados dos erros para as medidas EAM, EQM, e EPM.

Figura 68 - Quadrado do erro (modelo aditivo)

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2	et/Y x 100	
2	jan/90	-1,70011	1,700105	2,89036	=(AG2/C2)*100	
3	fev/90	8,94294	8,942943	79,97623		
4	mar/90	12,03935	12,03935	144,94598		

Neste caso o erro é dividido pelo valor original da série, e o resultado é multiplicado por 100 para que seja possível avaliar se o erro é grande ou pequeno, em termos relativos.

Figura 69 - Erro percentual (modelo aditivo)

Posteriormente obtém-se o valor do erro percentual em módulo, como na Figura 70.

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2	et/Y x 100	et/Y x 100
2	jan/90	-1,70011	1,700105	2,89036	-5,58749	=ABS(AJ2)
3	fev/90	8,94294	8,942943	79,97623	24,1551	ABS(núm)
4	mar/90	12,03935	12,03935	144,94598	39,7588	

Figura 70 - Erro percentual absoluto (modelo aditivo)

Finalmente podemos obter os valores das medidas de acuracidade, que nada mais são que as médias dos conteúdos das colunas AH, AI, AJ e AK.

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-1,70011	1,700105	2,89036	-5,58749	5,5874893	EAM	=MÉDIA(AH2:AH181)	
3	fev/90	8,94294	8,942943	79,97623	24,1551	24,1551	EQM		
4	mar/90	12,03935	12,03935	144,94598	39,7588	39,758764	EPM		
5	abr/90	10,40688	10,40688	108,30312	35,2955	35,295501	EPAM		

Figura 71 - Erro Absoluto Médio - EAM - (modelo aditivo)

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-1,70011	1,700105	2,89036	-5,58749	5,5874893	EAM	9,212475	
3	fev/90	8,94294	8,942943	79,97623	24,1551	24,1551	EQM	=MÉDIA(AI2:AI181)	
4	mar/90	12,03935	12,03935	144,94598	39,7588	39,758764	EPM		
5	abr/90	10,40688	10,40688	108,30312	35,2955	35,295501	EPAM		

Figura 72 - Erro Quadrático Médio - EQM (modelo aditivo)

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-1,70011	1,700105	2,89036	-5,58749	5,5874893	EAM	9,212475	
3	fev/90	8,94294	8,942943	79,97623	24,1551	24,1551	EQM	141,78850	
4	mar/90	12,03935	12,03935	144,94598	39,7588	39,758764	EPM	=MÉDIA(AJ2:AJ181)	
5	abr/90	10,40688	10,40688	108,30312	35,2955	35,295501	EPAM		

Figura 73 - Erro Percentual Médio - EPM (modelo aditivo)

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN
1	Mês	et Aditivo	et Aditivo	et Aditivo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-1,70011	1,700105	2,89036	-5,58749	5,5874893	EAM	9,212475	
3	fev/90	8,94294	8,942943	79,97623	24,1551	24,1551	EQM	141,78850	
4	mar/90	12,03935	12,03935	144,94598	39,7588	39,758764	EPM	0,371365	
5	abr/90	10,40688	10,40688	108,30312	35,2955	35,295501	EPAM	=MÉDIA(AK2:AK181)	

Figura 74 - Erro Percentual Absoluto Médio - EPAM (modelo aditivo)

Chegamos finalmente aos resultados:

	AL	AM
1	Medidas	
2	EAM	9,212475
3	EQM	141,78850
4	EPM	0,371365
5	EPAM	22,19161

Precisamos comparar os valores ao lado com as medidas do modelo multiplicativo, para que seja possível identificar qual é o melhor modelo.

Os resultados do modelo multiplicativo são mostrados a partir da Figura 76.

Figura 75 - Medidas de acuracidade (modelo aditivo)

Para o modelo multiplicativo:

	AN	AO
1	Mês	et Multiplicativo
2	jan/90	=C2-AE2
3	fev/90	

Figura 76 - Erro (modelo multiplicativo)

	AN	AO	AP
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo
2	jan/90	-0,549	=ABS(AO2)
3	fev/90	8,758	

Figura 77 - Erro absoluto (modelo multiplicativo)

Lembrando que o valor recomposto pelo modelo multiplicativo está na coluna AE.

	AN	AO	AP	AQ
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2
2	jan/90	-0,549	0,548688207	=AO2^2
3	fev/90	8,758	8,757611023	

Figura 78 - Quadrado do erro (modelo multiplicativo)

	AN	AO	AP	AQ	AR	AS
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2	et/Y x 100	
2	jan/90	-0,549	0,548688207	0,301	= (AO2/C2)*100	
3	fev/90	8,758	8,757611023	76,696		

Figura 79 - Erro percentual (modelo multiplicativo)

	AN	AO	AP	AQ	AR	AS
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2	et/Y x 100	et/Y x 100
2	jan/90	-0,549	0,548688207	0,301	-1,80329	=ABS(AR2)
3	fev/90	8,758	8,757611023	76,696	23,6545	

Figura 80 - Erro percentual absoluto (modelo multiplicativo)

Podemos então obter as medidas propriamente ditas:

	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-0,549	0,548688207	0,301	-1,80329	1,8032938	EAM	=MÉDIA(AP2:AP181)	
3	fev/90	8,758	8,757611023	76,696	23,6545	23,654515	EQM		
4	mar/90	8,342	8,341865378	69,587	27,5482	27,548183	EPM		
5	abr/90	7,973	7,972562785	63,562	27,0394	27,039385	EPAM		

Figura 81 - Erro Absoluto Médio - EAM (modelo multiplicativo)

	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-0,549	0,548688207	0,301	-1,80329	1,8032938	EAM	8,58825	
3	fev/90	8,758	8,757611023	76,696	23,6545	23,654515	EQM	=MÉDIA(AQ2:AQ181)	
4	mar/90	8,342	8,341865378	69,587	27,5482	27,548183	EPM		
5	abr/90	7,973	7,972562785	63,562	27,0394	27,039385	EPAM		

Figura 82 - Erro Quadrático Médio - EQM (modelo multiplicativo)

	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-0,549	0,548688207	0,301	-1,80329	1,8032938	EAM	8,58825	
3	fev/90	8,758	8,757611023	76,696	23,6545	23,654515	EQM	125,861	
4	mar/90	8,342	8,341865378	69,587	27,5482	27,548183	EPM	=MÉDIA(AR2:AR181)	
5	abr/90	7,973	7,972562785	63,562	27,0394	27,039385	EPAM		

Figura 83 - Erro Percentual Médio - EPM (modelo multiplicativo)



	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV
1	Mês	et Multiplicativo	et Multiplicativo	et Multiplicativo 2	et/Y x 100	et/Y x 100	Medidas		
2	jan/90	-0,549	0,548688207	0,301	-1,80329	1,8032938	EAM	8,58825	
3	fev/90	8,758	8,757611023	76,696	23,6545	23,654515	EQM	125,861	
4	mar/90	8,342	8,341865378	69,587	27,5482	27,548183	EPM	0,73162	
5	abr/90	7,973	7,972562785	63,562	27,0394	27,039385	EPAM	=MÉDIA(AS2:AS181)	

Figura 84 - Erro Percentual Absoluto Médio - EPAM (modelo multiplicativo)

	AT	AU
1	Medidas	
2	EAM	8,58825
3	EQM	125,861
4	EPM	0,73162
5	EPAM	20,0861

Comparando os resultados ao lado aos do modelo aditivo observamos que os do modelo multiplicativo são menores, embora por pequena margem, o que indica que devemos escolher o modelo MULTIPLICATIVO para representar a série de vendas de calçados. Todas as previsões futuras devem então ser feitas usando o modelo multiplicativo, pois ele apresentou os menores erros.

Figura 85 - Medidas de acuracidade (modelo multiplicativo)

## 6. Previsão em Séries Temporais

Uma vez escolhido o modelo mais apropriado para representar a série podemos passar a previsão propriamente dita, levando em consideração os seguintes aspectos:

- a previsão da tendência para longo prazo exige a utilização de uma equação (como a reta), onde os substitui-se na equação os valores dos períodos para os quais se quer fazer as previsões;
- se houver influência de variação sazonal esta precisa ser levada em conta, através dos índices sazonais apropriados para os meses ou trimestres para os quais há interesse em fazer previsões;
- se houver influência de variações cíclicas esta também precisa ser levada em conta, observando se o período de interesse pode ser considerado como de alta ou baixa; além disso, deve-se usar como índices cíclicos a mediana das componentes cíclicas do último período completo de alta ou de baixa (para obter uma previsão mais atualizada).

Imagine que para o nosso caso da série de vendas de calçados desejássemos fazer a previsão de vendas para os doze meses de 2005. Conforme visto no item 5 devemos usar o modelo multiplicativo. Nos itens 3 e 4 verificamos que há influência de variações sazonais e cíclicas (respectivamente), o que exige levá-las em conta: os índices sazonais multiplicativos foram calculados no item 3.2, e estão nas células P2 a P13; o ano de 2005 pode ser considerado ano de alta, pois a baixa dura 4 anos e 2004 foi o último ano de um ciclo de baixa, o representante de ciclo de alta para previsão (modelo multiplicativo) está na célula X5. E, além disso, os meses de 2005 corresponderiam aos períodos 181 a 192, uma vez que série apresenta 180 meses até dezembro de 2004, último valor registrado. As figuras a seguir mostram os procedimentos.

Começemos com a tendência:

	AV	AW	AX	AY
1	Mês	Período	Tendência	
2	jan/95	181	=0,0098*AW2+42,865	
3	fev/95	182		
4	mar/95	183		
5	abr/95	184		
6	mai/95	185		
7	jun/95	186		
8	jul/95	187		
9	ago/95	188		
10	set/95	189		
11	out/95	190		
12	nov/95	191		
13	dez/95	192		

Basta inserir a fórmula com coeficiente angular da reta (0,0098) multiplicando o primeiro período (181) e somar ao coeficiente linear (42,865). Basta então arrastar a fórmula até o último período (célula AX13).

Figura 86 - Tendência para os meses de 2005



	AV	AW	AX	AY
1	Mês	Período	Tendência	Sazonalidade
2	jan/95	181	44,6388	=P2
3	fev/95	182	44,6486	
4	mar/95	183	44,6584	
5	abr/95	184	44,6682	
6	mai/95	185	44,678	
7	jun/95	186	44,6878	
8	jul/95	187	44,6976	
9	ago/95	188	44,7074	
10	set/95	189	44,7172	
11	out/95	190	44,727	
12	nov/95	191	44,7368	
13	dez/95	192	44,7466	

Os índices sazonais para o modelo multiplicativo estão discriminados nas células P2 a P13. Aqui não há necessidade de referência absoluta, pois vamos fazer previsões para apenas um ano (12 meses).

Figura 87 - Sazonalidade para os meses de 2005

	AV	AW	AX	AY	AZ
1	Mês	Período	Tendência	Sazonalidade	Ciclos
2	jan/95	181	44,6388	1,00530008	=\$X\$5
3	fev/95	182	44,6486	0,91712908	
4	mar/95	183	44,6584	0,71169802	
5	abr/95	184	44,6682	0,6976967	
6	mai/95	185	44,678	0,61016248	
7	jun/95	186	44,6878	0,86151587	
8	jul/95	187	44,6976	0,93423622	
9	ago/95	188	44,7074	1,04346319	
10	set/95	189	44,7172	1,15248302	
11	out/95	190	44,727	1,28885992	
12	nov/95	191	44,7368	1,28409707	
13	dez/95	192	44,7466	1,49332511	

Como 2005 será considerado ano de alta precisamos usar o representante dos ciclos de alta para previsão do modelo multiplicativo, que esta disponível na célula X5. Tornamos a referência absoluta, pois o valor não deve se alterar durante o ano e arrastamos a fórmula até a célula AZ13.

Figura 88 - Ciclos para os meses de 2005

Finalmente podemos realizar a previsão pela multiplicação das componentes:

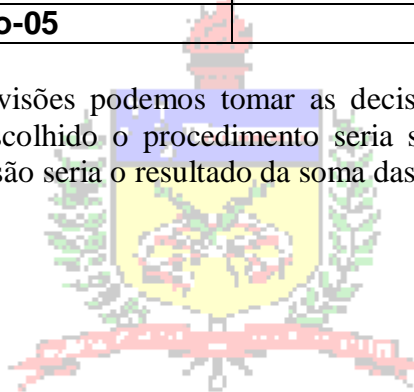
	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BE
1	Mês	Período	Tendência	Sazonalidade	Ciclos	Previsão	
2	jan/95	181	44,6388	1,005300078	1,60953	=AX2*AY2*AZ2	
3	fev/95	182	44,6486	0,917129076	1,60953		
4	mar/95	183	44,6584	0,711698016	1,60953		
5	abr/95	184	44,6682	0,697696697	1,60953		
6	mai/95	185	44,678	0,610162477	1,60953		
7	jun/95	186	44,6878	0,861515871	1,60953		
8	jul/95	187	44,6976	0,93423622	1,60953		
9	ago/95	188	44,7074	1,043463185	1,60953		
10	set/95	189	44,7172	1,15248302	1,60953		
11	out/95	190	44,727	1,288859921	1,60953		
12	nov/95	191	44,7368	1,284097069	1,60953		
13	dez/95	192	44,7466	1,493325113	1,60953		

Figura 89 - Previsão para o mês de janeiro de 2005

Basta arrastar a fórmula até a célula BA13 e temos as previsões para todos os meses:

<b>Mês</b>	<b>Previsão</b>
<b>janeiro-05</b>	<b>72,228</b>
<b>fevereiro-05</b>	<b>65,908</b>
<b>março-05</b>	<b>51,156</b>
<b>abril-05</b>	<b>50,161</b>
<b>maio-05</b>	<b>43,877</b>
<b>junho-05</b>	<b>61,966</b>
<b>julho-05</b>	<b>67,211</b>
<b>agosto-05</b>	<b>75,085</b>
<b>setembro-05</b>	<b>82,948</b>
<b>outubro-05</b>	<b>92,784</b>
<b>novembro-05</b>	<b>92,462</b>
<b>dezembro-05</b>	<b>107,551</b>

De posse dos valores das previsões podemos tomar as decisões que nos forem exigidas. Se o modelo aditivo tivesse sido escolhido o procedimento seria semelhante, apenas usando os seus resultados específicos e a previsão seria o resultado da soma das componentes.



**Marcelo  
Menezes  
Reis**