

LISTA DE EXERCÍCIOS 3 – INE 7001– PROF. MARCELO MENEZES REIS
ANÁLISE DE SÉRIE TEMPORAIS – GABARITO

1) A que componentes de uma série temporal (pelo modelo clássico) estariam principalmente associados cada um dos seguintes eventos. JUSTIFIQUE suas respostas.

a) Uma recessão.

Variação cíclica. Uma recessão pode estender-se por alguns anos, e alternar-se com períodos de prosperidade, que também durem alguns anos.

b) Um acréscimo na oferta de empregos durante os meses de verão.

Variação sazonal. TODO ano, na estação do verão ocorre um acréscimo na oferta de empregos. Variação DENTRO do ano.

c) O declínio da taxa de mortalidade decorrente do progresso da medicina.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo.

d) Um greve na indústria do aço.

Variação irregular. Fato fortuito, e muitas vezes imprevisível, e que pode afetar os valores da série temporal (vendas siderúrgicas ou toneladas de aço produzidas, por exemplo).

e) Uma procura continuamente crescente por automóveis pequenos.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo, devido aos custos crescentes dos combustíveis (carros menores usualmente consomem menos), menor espaço disponível para estacionamento nas cidades e habitações, e a tendência de redução do tamanho das famílias, as pessoas tendem a procurar carros menores.

f) O efeito nas vendas de cigarros das crescentes restrições ao fumo em lugares fechados e a divulgação de mais pesquisas mostrando os malefícios do tabagismo.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo, a maior conscientização das pessoas, as maiores restrições ao uso e propaganda do fumo, levaram a uma gradual redução na demanda dos cigarros, fazendo suas vendas caírem.

g) Maior procura por roupas de lã.

Variação sazonal. TODO ano, na estação do inverno ocorre uma maior procura por roupas de lã, devido às temperaturas mais baixas. Variação DENTRO do ano.

h) O fenômeno climático “El niño”.

Variação cíclica. Aproximadamente de dez em dez anos, as águas da superfície do oceano Pacífico tornam-se mais quentes, causando efeitos devastadores no clima global.

i) Um terremoto em Taiwan que danificou várias fábricas de memórias RAM para computadores.

Variação irregular. Fato fortuito, e realmente imprevisível, que pode afetar os valores da série temporal (preço de computadores ou vendas de componentes, por exemplo).

j) Maior procura por artigos de papelaria e livros escolares.

Variação sazonal. TODO ano, antes do início das aulas nos ensinamentos fundamental e médio (e duas vezes por ano no ensino superior), há uma maior procura por artigos escolares. Variação DENTRO do ano.

k) Aumento no volume total de benefícios pagos pelo INSS.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo, com o declínio da taxa de mortalidade (as pessoas tendem a viver mais) e a maior conscientização quanto a seus direitos, o INSS irá pagar um volume cada vez maior de benefícios.

2) No gráfico abaixo encontram-se as retas de tendência das vendas (em R\$ 1000) de quatro lojas de uma mesma rede, situadas em cidades com níveis sócio-econômicos bastante semelhantes, referentes aos últimos 36 meses. Com base no gráfico acima, quais lojas mereceriam um estudo mais detalhado das suas vendas? JUSTIFIQUE sua resposta.

As lojas B e C mereceriam um estudo mais detalhado de suas vendas. Se as cidades têm perfis sócio-econômicos semelhantes, por que a tendência de vendas da filial C é claramente superior a todas as outras? E por que a da filial B é inferior a todas? Pode haver interesse em descobrir as causas do bom desempenho da filial C, para estendê-las às outras, e as causas do mau desempenho

da filial B, para procurar corrigi-lo e evitar que ocorra nas demais filiais.

3) O gráfico a seguir apresenta os dados originais de produção de açúcar cristal (em 1000 toneladas), e a tendência obtida por uma reta de mínimos quadrados (linear), médias móveis de 3 períodos, e médias móveis de 5 períodos. Em sua opinião qual das curvas melhor se ajusta aos dados originais? JUSTIFIQUE sua resposta.

A curva que aparenta ter o melhor ajuste é a da média móvel de 3 períodos. Observe que é a que melhor “segue” os dados originais, as diferenças (resíduos) entre ela e a curva da série serão as menores dentre as três opções disponíveis de ajuste.

4) Os dados a seguir representam as vendas líquidas (em bilhões de dólares) da Kodak.

a) Obtenha a tendência por meio de uma reta de mínimos quadrados.

b) Calcule os valores de tendência para os anos de 1978 a 2000 usando a reta obtida em a.

c) Supondo um modelo aditivo, remova a tendência da série. Você identifica variações cíclicas? JUSTIFIQUE sua resposta.

d) Supondo um modelo multiplicativo, remova a tendência da série. Você identifica variações cíclicas? JUSTIFIQUE sua resposta.

e) Faça a recomposição da série usando as componentes que julgar adequadas, tanto pelo modelo aditivo quanto multiplicativo. Qual dos dois apresenta melhores resultados? JUSTIFIQUE sua resposta.

f) Usando o modelo escolhido na letra e, e as componentes que julgar adequadas, faça a previsão de vendas para os anos de 2003 a 2005.

Dados anuais: NÃO HÁ variação sazonal: $Y = T C I$.

a) Para obter a tendência é preciso obter os coeficientes da reta de mínimos quadrados. E para calcular os coeficientes é preciso obter os seguintes somatórios: Σt , Σt^2 , ΣY , ΣY^2 , e ΣtY . A variável independente (t) será o ano, e Y o próprio valor das vendas. Calculando os somatórios:

$$\Sigma t = 45747$$

$$\Sigma t^2 = 90991795$$

$$\Sigma Y = 225,29$$

$$\Sigma Y^2 = 2927,6689$$

$$\Sigma tY = 448934,56$$

E os valores dos coeficientes serão: $b = 0,82287549$ $a = -1626,9041$.

b) A equação de tendência será: $T = 0,82287549 t - 1626,9041$. Para calcular a tendência de 1978 a 2000, basta substituir o valor do ano no lugar de t : $T_{1978} = 0,82287549 (1978) - 1626,9041 = 0,7436$, por exemplo.

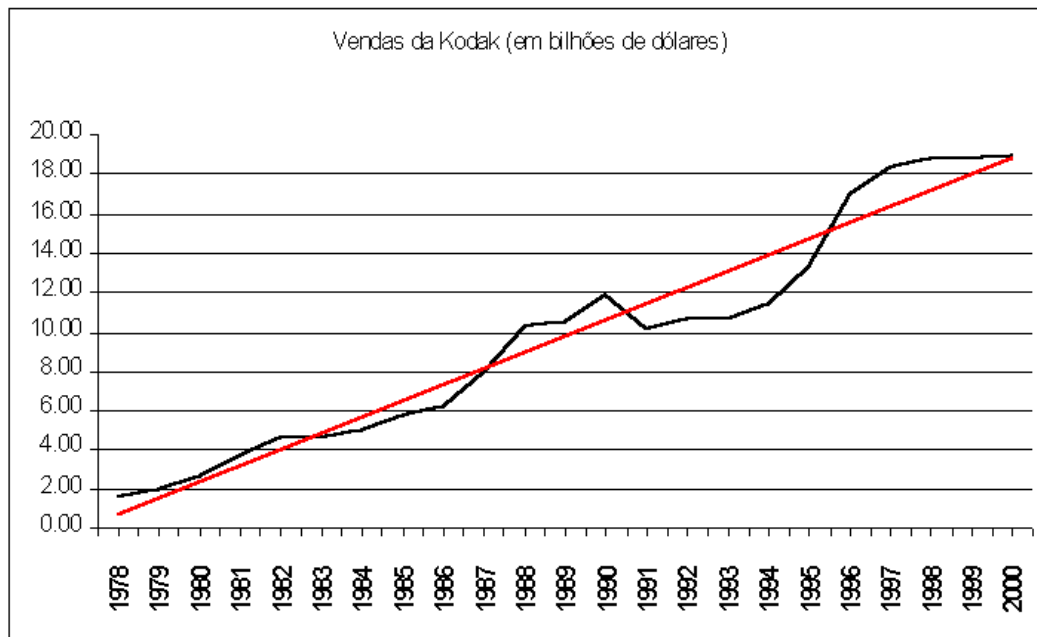
c) Em modelo aditivo somam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta subtrair a tendência calculada do valor da série em cada um dos anos: $CI_{1978} = Y_{1978} - T_{1978} = 1,60 - 0,7436 = 0,8564$. Os resultados estão na tabela a seguir.

d) Em um modelo multiplicativo multiplicam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta dividir o valor da série pela tendência em cada um dos anos: $CI_{1978} = Y_{1978} / T_{1978} = 1,60 / 0,7436 = 2,1517$.

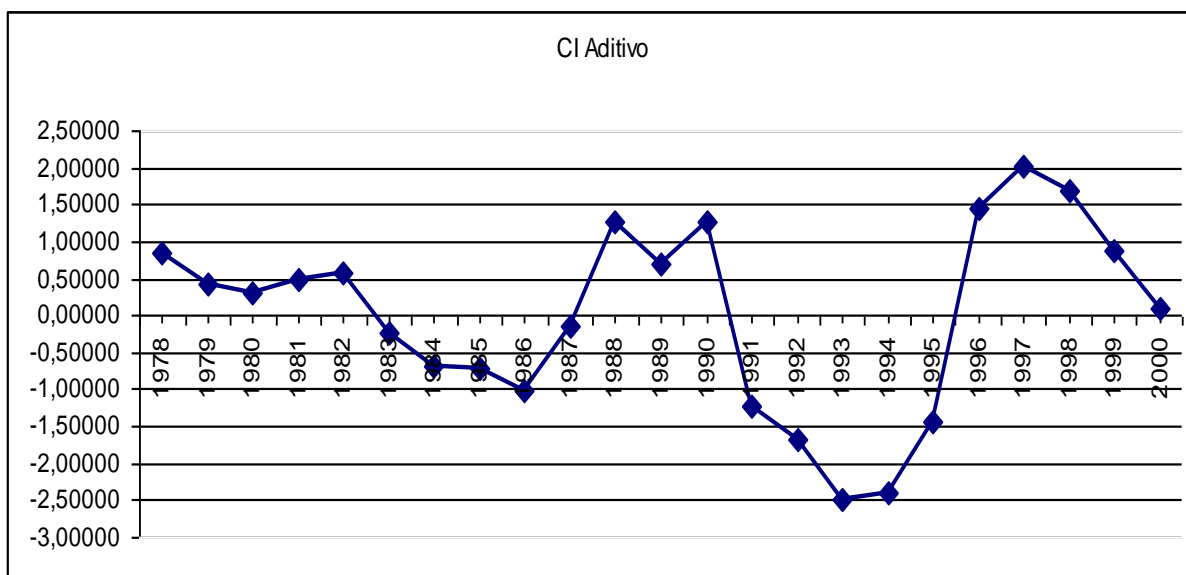
Observe os resultados na tabela a seguir:

Ano	Vendas	Tendência	CI = Vendas - Tendência	CI = Vendas/Tendência
1978	1,60	0,743587	0,85641	2,15173
1979	2,00	1,566462	0,43354	1,27676
1980	2,70	2,389338	0,31066	1,13002
1981	3,70	3,212213	0,48779	1,15185
1982	4,60	4,035089	0,56491	1,14
1983	4,62	4,857964	-0,23796	0,95102
1984	5,00	5,68084	-0,68084	0,88015
1985	5,78	6,503715	-0,72372	0,88872
1986	6,30	7,326591	-1,02659	0,85988
1987	8,00	8,149466	-0,14947	0,98166
1988	10,25	8,972342	1,27766	1,1424
1989	10,50	9,795217	0,70478	1,07195
1990	11,90	10,61809	1,28191	1,12073
1991	10,20	11,44097	-1,24097	0,89153
1992	10,60	12,26384	-1,66384	0,86433
1993	10,60	13,08672	-2,48672	0,80998
1994	11,50	13,90959	-2,40959	0,82677
1995	13,30	14,73247	-1,43247	0,90277
1996	17,00	15,55535	1,44465	1,09287
1997	18,40	16,37822	2,02178	1,12344
1998	18,90	17,2011	1,69890	1,09877
1999	18,90	18,02397	0,87603	1,0486
2000	18,94	18,84685	0,09315	1,00494

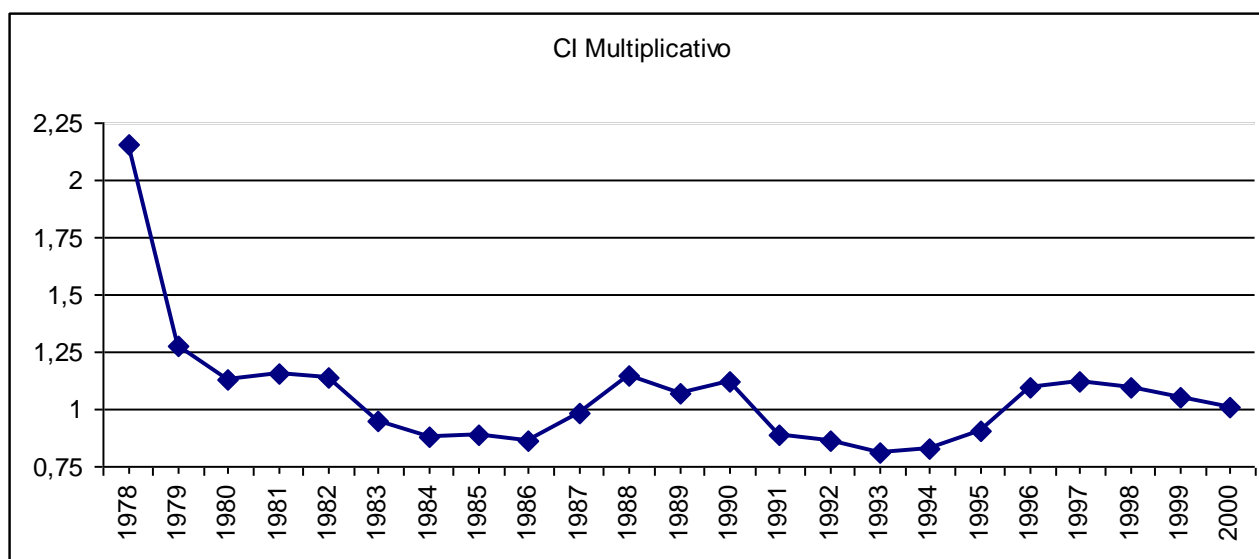
Como a série é anual NÃO HÁ influência da sazonalidade. Podemos simplesmente subtrair a Tendência das vendas (modelo aditivo) ou dividir as Vendas pela Tendência (modelo multiplicativo), obtendo as componentes CI. Os resultados ao lado permitem observar os valores da série com a tendência linear removida. Observe que há alternância entre valores maiores e menores do que zero no modelo aditivo, e 1 no modelo multiplicativo, ao longo dos anos. Contudo tal constatação pode se tornar difícil para séries maiores. É preciso construir os gráficos das variações cíclicas e irregulares.



Observe como a reta da tendência está bem ajustada aos dados originais da série. Agora veja a série com a tendência removida, tanto pelo modelo aditivo como pelo multiplicativo.



Pelo modelo aditivo é possível identificar uma variação sistemática: nos anos de 1978 a 1982 (5 anos) têm valores MAIORES DO QUE ZERO para as variações CI. De 1983 a 1987 (outros 5 anos), os valores de CI são MENORES DO QUE ZERO. Em 1988 ocorre outra inversão, valores maiores do que zero até 1990. Em 1991, as variações CI voltam a ficar menores do que zero, permanecendo assim até 1995 (5 anos). No ano de 1996 ocorre a última inversão da série, com os valores tornando a ser maiores do que zero até o ano 2000. Conclui-se então que HÁ VARIAÇÃO CÍCLICA nesta série, pois se pode perceber uma alternância entre valores maiores e menores do que zero (das variações CI) a cada 5 anos.



Pelo modelo multiplicativo também é possível identificar uma variação sistemática: nos anos de 1978 a 1982 (5 anos) têm valores MAIORES DO QUE 1 para as variações CI. De 1983 a 1987 (outros 5 anos), os valores de CI são MENORES DO QUE 1. Em 1988 ocorre outra inversão, valores maiores do que 1 até 1990. Em 1991, as variações CI voltam a ficar menores do que 1, permanecendo assim até 1995 (5 anos). No ano de 1996 ocorre a última inversão da série, com os valores tornando a ser maiores do que 1 até o ano 2000. Conclui-se então que HÁ VARIAÇÃO CÍCLICA nesta série, pois pode-se perceber uma alternância entre valores maiores e menores do que 1 (das variações CI) a cada 5 anos.

e) A recomposição deve ser feita pelos modelos aditivo e multiplicativo. Em ambos será usada a mesma equação de tendência obtida na letra a, e cujos valores de 1978 a 2000 foram calculados na letra b. Concluiu-se nas letras c e d que há variação cíclica na série, obrigando a sua utilização na

recomposição da série: torna-se necessário obter índices cíclicos para os vários períodos de alta e baixa da série. Para obter os índices vamos utilizar a mediana dos valores das componentes, obtidas para cada período de alta e baixa:

1978 – 1982, 5 anos de alta, calcula-se a mediana dos valores (nos dois modelos), e na recomposição utiliza-se esta mediana como componente ao fazer a recomposição destes 5 anos;

1983 – 1987, 5 anos de baixa, calcula-se a mediana dos valores (nos dois modelos), e na recomposição utiliza-se esta mediana como componente ao fazer a recomposição destes 5 anos;

1988 – 1990, 3 anos de alta, calcula-se a mediana dos valores (nos dois modelos), e na recomposição utiliza-se esta mediana como componente ao fazer a recomposição destes 3 anos;

1991 – 1995, 5 anos de baixa, calcula-se a mediana dos valores (nos dois modelos), e na recomposição utiliza-se esta mediana como componente ao fazer a recomposição destes 5 anos;

1996 – 2000, 5 anos de alta, calcula-se a mediana dos valores (nos dois modelos), e na recomposição utiliza-se esta mediana como componente ao fazer a recomposição destes 5 anos;

Os resultados estão na tabela abaixo:

Período	Modelo	
	Aditivo	Multiplicativo
1978 – 1982	0,4878	1,1519
1983 – 1987	-0,6808	0,8887
1988 – 1990	1,2777	1,1207
1991 – 1995	-1,6638	0,8643
1996 – 2000	1,4447	1,0929

Agora é possível fazer a recomposição, obter \hat{Y} , cujos resultados estão na tabela abaixo:

Ano	Vendas	Tendência	CI = Vendas - Tendência	CI = Vendas/Tendência	$\hat{Y} = T + CI$	$\hat{Y} = T \times CI$
1978	1,60	0,743587	0,4878	1,1519	1,2314	0,856503
1979	2,00	1,566462	0,4878	1,1519	2,0542	1,804336
1980	2,70	2,389338	0,4878	1,1519	2,8771	2,752168
1981	3,70	3,212213	0,4878	1,1519	3,7000	3,7
1982	4,60	4,035089	0,4878	1,1519	4,5229	4,647832
1983	4,62	4,857964	-0,6808	0,8887	4,1771	4,3174
1984	5,00	5,68084	-0,6808	0,8887	5,0000	5,0487
1985	5,78	6,503715	-0,6808	0,8887	5,8229	5,7800
1986	6,30	7,326591	-0,6808	0,8887	6,6458	6,5113
1987	8,00	8,149466	-0,6808	0,8887	7,4686	7,2426
1988	10,25	8,972342	1,2777	1,1207	10,2500	10,0556
1989	10,50	9,795217	1,2777	1,1207	11,0729	10,9778
1990	11,90	10,61809	1,2777	1,1207	11,8958	11,9000
1991	10,20	11,44097	-1,6638	0,8643	9,7771	9,8888
1992	10,60	12,26384	-1,6638	0,8643	10,6000	10,6000
1993	10,60	13,08672	-1,6638	0,8643	11,4229	11,3112
1994	11,50	13,90959	-1,6638	0,8643	12,2458	12,0225
1995	13,30	14,73247	-1,6638	0,8643	13,0686	12,7337
1996	17,00	15,55535	1,4447	1,0929	17,0000	17,0000
1997	18,40	16,37822	1,4447	1,0929	17,8229	17,8993
1998	18,90	17,2011	1,4447	1,0929	18,6458	18,7986
1999	18,90	18,02397	1,4447	1,0929	19,4686	19,6979
2000	18,94	18,84685	1,4447	1,0929	20,2915	20,5972

Para avaliar qual dos dois modelos é o mais apropriado é preciso calcular as medidas vistas na seção 4.5.1 da apostila. Os erros (diferença entre Vendas e \hat{Y}), módulos dos erros, quadrados dos erros, erros divididos pelas vendas, módulos dos erros divididos pelas vendas são apresentados na tabelas a seguir.

Para o modelo aditivo:

Vendas (Y_t)	\hat{Y}	e_t	e_t^2	$ e_t $	$(e_t / Y_t) \times 100$	$ (e_t / Y_t) \times 100 $
1,60	1,2314	0,3686	0,1359	0,3686	23,0392	23,0392
2,00	2,0542	-0,0542	0,0029	0,0542	-2,7125	2,7125
2,70	2,8771	-0,1771	0,0314	0,1771	-6,5602	6,5602
3,70	3,7000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,60	4,5229	0,0771	0,0059	0,0771	1,6766	1,6766
4,62	4,1771	0,4429	0,1961	0,4429	9,5860	9,5860
5,00	5,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5,78	5,8229	-0,0429	0,0018	0,0429	-0,7418	0,7418
6,30	6,6458	-0,3458	0,1195	0,3458	-5,4881	5,4881
8,00	7,4686	0,5314	0,2824	0,5314	6,6422	6,6422
10,25	10,2500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10,50	11,0729	-0,5729	0,3282	0,5729	-5,4560	5,4560
11,90	11,8958	0,0042	0,0000	0,0042	0,0357	0,0357
10,20	9,7771	0,4229	0,1788	0,4229	4,1458	4,1458
10,60	10,6000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10,60	11,4229	-0,8229	0,6771	0,8229	-7,7630	7,7630
11,50	12,2458	-0,7458	0,5561	0,7458	-6,4848	6,4848
13,30	13,0686	0,2314	0,0535	0,2314	1,7397	1,7397
17,00	17,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18,40	17,8229	0,5771	0,3331	0,5771	3,1365	3,1365
18,90	18,6458	0,2542	0,0646	0,2542	1,3452	1,3452
18,90	19,4686	-0,5686	0,3233	0,5686	-3,0086	3,0086
18,94	20,2915	-1,3515	1,8266	1,3515	-7,1357	7,1357

Após calcular os somatórios é possível substituir os valores nas expressões, sabendo-se que há 23 períodos:

$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t| = \frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{23} |e_t| = \frac{1}{23} \times 7,5915 = 0,3301$$

$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{23} \times 5,1175 = 0,2225$$

$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right| = \frac{1}{23} \times 96,6975 = 4,2042\%$$

Agora vamos apresentar os resultados para o outro modelo.

Para o modelo multiplicativo:

Vendas (Y _t)	Ŷ	e _t	e _t ²	e _t	(e _t / Y _t) × 100	(e _t / Y _t) × 100
1,60	0,856503	0,7435	0,5528	0,7435	46,4685	46,4685
2,00	1,804336	0,1957	0,0383	0,1957	9,7832	9,7832
2,70	2,752168	-0,0522	0,0027	0,0522	-1,9321	1,9321
3,70	3,7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4,60	4,647832	-0,0478	0,0023	0,0478	-1,0398	1,0398
4,62	4,3174	0,3026	0,0916	0,3026	6,5501	6,5501
5,00	5,0487	-0,0487	0,0024	0,0487	-0,9738	0,9738
5,78	5,7800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6,30	6,5113	-0,2113	0,0447	0,2113	-3,3541	3,3541
8,00	7,2426	0,7574	0,5736	0,7574	9,4673	9,4673
10,25	10,0556	0,1944	0,0378	0,1944	1,8970	1,8970
10,50	10,9778	-0,4778	0,2283	0,4778	-4,5503	4,5503
11,90	11,9000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10,20	9,8888	0,3112	0,0969	0,3112	3,0513	3,0513
10,60	10,6000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10,60	11,3112	-0,7112	0,5059	0,7112	-6,7098	6,7098
11,50	12,0225	-0,5225	0,2730	0,5225	-4,5432	4,5432
13,30	12,7337	0,5663	0,3207	0,5663	4,2578	4,2578
17,00	17,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18,40	17,8993	0,5007	0,2507	0,5007	2,7212	2,7212
18,90	18,7986	0,1014	0,0103	0,1014	0,5365	0,5365
18,90	19,6979	-0,7979	0,6366	0,7979	-4,2217	4,2217
18,94	20,5972	-1,6572	2,7463	1,6572	-8,7497	8,7497

Após calcular os somatórios é possível substituir os valores nas expressões, sabendo-se que há 23 períodos:

$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t| = \frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{23} |e_t| = \frac{1}{23} \times 8,1998 = 0,3565$$

$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{23} \times 6,4147 = 0,2789$$

$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right| = \frac{1}{23} \times 120,8076 = 5,2525\%$$

Podemos agora sumarizar os resultados:

Medida	Modelo aditivo	Modelo Multiplicativo
EAM	0,3301	0,3565
EQM	0,2225	0,2789
EPAM	4,2042	5,2565%

Pela tabela acima observamos que as medidas do modelo aditivo são MENORES do que as do aditivo (embora as diferenças sejam pequenas). Sendo assim, conclui-se que o modelo ADITIVO é o mais apropriado para a série, pois apresenta os menores erros. As previsões para os próximos anos podem ser realizadas por este modelo

f) Como há variações cíclicas na série elas devem ser levadas em conta na previsão que será feita. De acordo com a letra e deve-se usar o modelo ADITIVO. Observando o gráfico das variações CI acima, o ano de 2000 parece ser o último de um ciclo de alta. É razoável imaginar que os anos de 2001 a 2005 serão anos de baixa: a tendência precisará ser multiplicada pelos índices de ciclos de baixa. Mas quais índices de ciclos de baixa escolher? No modelo aditivo há uma certa diferença entre os valores do primeiro período de baixa (1983 a 1987), na faixa de -0,5 milhões, e do último período de baixa (1991 a 1995), na faixa de -2 milhões. Vamos usar os valores mais recentes, o último ciclo de baixa disponível, que vai de 1991 a 1995, com os seguintes valores: -1,2410; -1,6638; -2,4867; -2,4096; -1,4325. Ordenando os 5 valores, e calculando a mediana obtemos -1,6638: este deverá ser o valor de CI que será adicionado à tendência obtida pela reta do item a), para os anos de 2003 a 2005. Por exemplo: $Y_{2003} = (0,82287549 \times (2003) - 1626,9041) + (-1,6638) = 19,6516$.

Previsão	2003	19,6516
	2004	20,4745
	2005	21,2974

5) Os dados a seguir representam as vendas líquidas (em bilhões de dólares) da Upjohn Co..

a) Obtenha a tendência por meio de uma reta de mínimos quadrados.

R.: $T = 0,14068182t - 278,08005$

b) Calcule os valores de tendência para os anos de 1978 a 2000 usando a reta obtida em a).

c) Supondo um modelo aditivo, remova a tendência da série. Você identifica variações cíclicas? JUSTIFIQUE sua resposta.

d) Supondo um modelo multiplicativo, remova a tendência da série. Você identifica variações cíclicas? JUSTIFIQUE sua resposta.

e) Faça a recomposição da série usando as componentes que julgar adequadas, tanto pelo modelo aditivo quanto multiplicativo. Qual dos dois apresenta melhores resultados? JUSTIFIQUE sua resposta.

f) Usando o modelo escolhido na letra e, e as componentes que julgar adequadas, faça a previsão de vendas para os anos de 2003 a 2005.

Trata-se de um exercício bastante semelhante ao Ex. 4.

a) Para obter a tendência é preciso obter os coeficientes da reta de mínimos quadrados. E para calcular os coeficientes é preciso obter os seguintes somatórios: Σt , Σt^2 , ΣY , ΣY^2 , e ΣtY . A variável independente (t) será o ano, e Y o próprio valor das vendas. Calculando os somatórios:

$\Sigma t = 45747$ $\Sigma t^2 = 90991795$ $\Sigma Y = 39,93$ $\Sigma Y^2 = 89,9029$ $\Sigma tY = 79563,14$

E os valores dos coeficientes serão: $b = 0,141$ $a = -278,08$.

b) A equação de tendência será: $T = 0,14068182 t - 278,08005$. Para calcular a tendência de 1978 a 2000, basta substituir o valor do ano no lugar de t: $T_{1978} = 0,14068182 \times (1978) - 278,08005 = 0,18859$, por exemplo.

c) Em modelo aditivo somam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta subtrair a tendência calculada do valor da série em cada um dos anos: $CI_{1978} = Y_{1978} - T_{1978} = 0,23 - 0,1886 = 0,0414$. Os resultados estão na tabela a seguir.

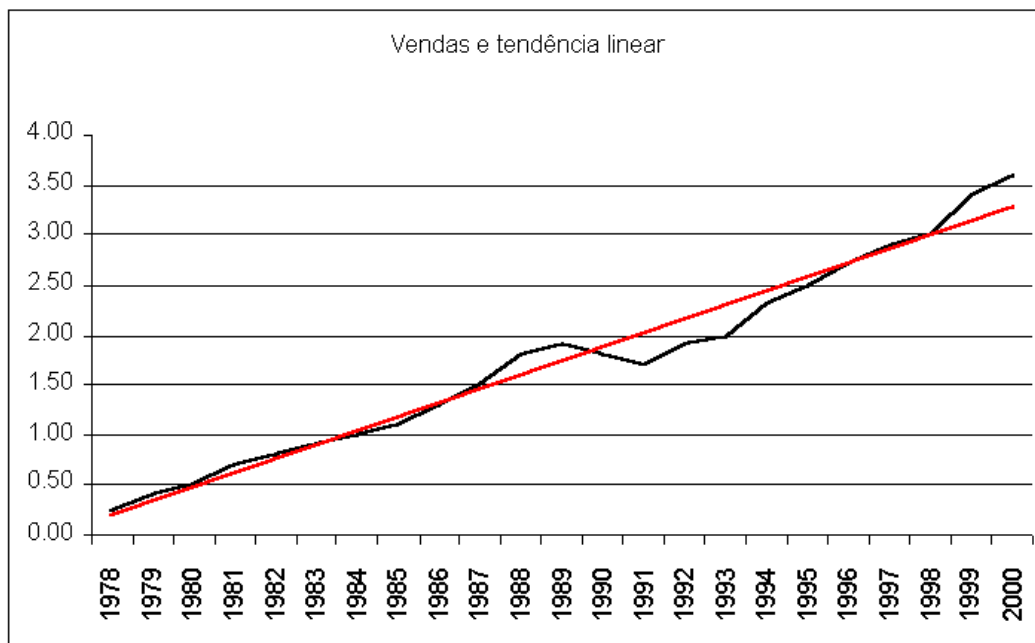
d) Em um modelo multiplicativo multiplicam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta dividir o valor da série pela tendência em cada um dos anos: $CI_{1978} = Y_{1978} / T_{1978} = 1,60 / 0,1886 = 1,2196$.

Observe os resultados na tabela a seguir:

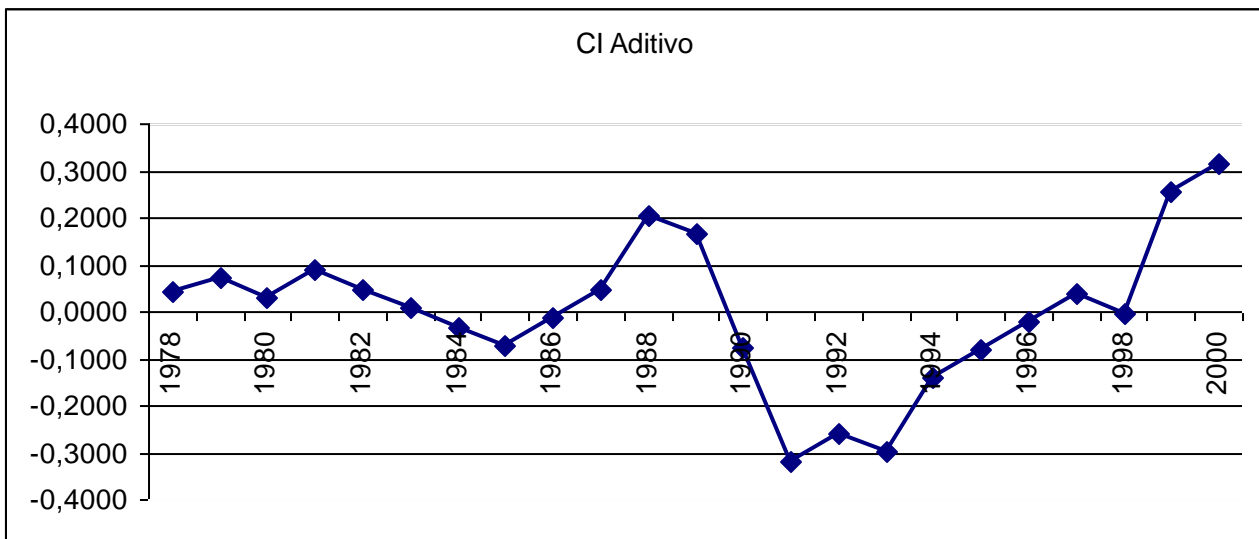
Ano	Vendas	Tendência	CI = Vendas - Tendência	CI = Vendas/Tendência
1978	0,23	0,1886	0,0414	1,2196
1979	0,40	0,3293	0,0707	1,2148
1980	0,50	0,4700	0,0300	1,0639
1981	0,70	0,6106	0,0894	1,1464
1982	0,80	0,7513	0,0487	1,0648
1983	0,90	0,8920	0,0080	1,0090
1984	1,00	1,0327	-0,0327	0,9684
1985	1,10	1,1734	-0,0734	0,9375
1986	1,30	1,3140	-0,0140	0,9893
1987	1,50	1,4547	0,0453	1,0311
1988	1,80	1,5954	0,2046	1,1282
1989	1,90	1,7361	0,1639	1,0944
1990	1,80	1,8768	-0,0768	0,9591
1991	1,70	2,0175	-0,3175	0,8426
1992	1,90	2,1581	-0,2581	0,8804
1993	2,00	2,2988	-0,2988	0,8700
1994	2,30	2,4395	-0,1395	0,9428
1995	2,50	2,5802	-0,0802	0,9689
1996	2,70	2,7209	-0,0209	0,9923
1997	2,90	2,8615	0,0385	1,0134
1998	3,00	3,0022	-0,0022	0,9993
1999	3,40	3,1429	0,2571	1,0818
2000	3,60	3,2836	0,3164	1,0964

Como a série é anual NÃO HÁ influência da sazonalidade. Podemos simplesmente subtrair a Tendência das vendas (modelo aditivo) ou dividir as Vendas pela Tendência (modelo multiplicativo), obtendo as componentes CI. Os resultados ao lado permitem observar os valores da série com a tendência linear removida. Observe que não há alternância sistemática entre valores maiores e menores do que zero no modelo aditivo, e 1 no modelo multiplicativo, ao longo dos anos. Contudo tal constatação pode se tornar difícil para séries maiores. É preciso construir os gráficos das variações cíclicas e irregulares.

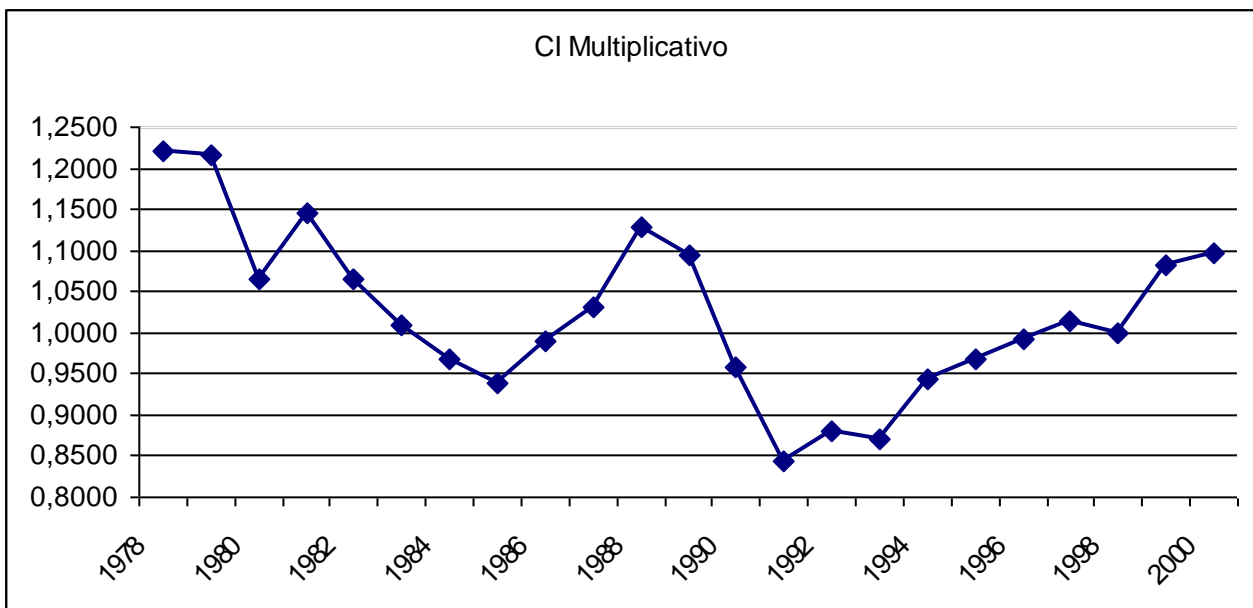
Observando os gráficos dos dados originais e tendência, e os das variações CI:



Observe como a reta está bem ajustada aos dados originais, justificando a escolha do modelo linear para descrever a tendência da série.



Pelo modelo ADITIVO NÃO é possível encontrar uma regularidade, uma alternância SISTEMÁTICA entre valores maiores e menores do que zero: de 1978 a 1983 (6 anos) as variações CI são maiores do que ZERO, de 1984 a 1986 (3 anos) são menores, passam a ser maiores novamente de 1987 a 1989 (outros 3 anos), voltam a ser menores do que zero de 1990 a 1996 (7 anos), tornam a ser maiores em 1997, menores em 1998, e novamente maiores de 1999 a 2000 (2 anos). Em suma, não há um número mais ou menos constante de anos em que os valores de CI foram alternadamente menores e maiores do que ZERO, então NÃO são identificadas influências das variações cíclicas na série.



Também pelo modelo MULTIPLICATIVO NÃO é possível encontrar uma regularidade, uma alternância SISTEMÁTICA entre valores maiores e menores do que 1: de 1978 a 1983 (6 anos) as variações CI são maiores do que 1, de 1984 a 1986 (3 anos) são menores, passam a ser maiores novamente de 1987 a 1989 (outros 3 anos), voltam a ser menores do que 1 de 1990 a 1996 (7 anos), tornam a ser maiores em 1997, menores em 1998, e novamente maiores de 1999 a 2000 (2 anos). Em suma, não há um número mais ou menos constante de anos em que os valores de CI foram alternadamente menores e maiores do que 1, então NÃO são identificadas influências das variações cíclicas na série.

e) Como não há influência de variações cíclicas na série, e não há sazonalidade, pois a série é anual, não há necessidade de realizar a recomposição, pois as previsões devem ser feitas apenas com a tendência, no caso a linear.

f) Como não há influência das variações cíclicas, a previsão para os anos de 2003 a 2005 será feita utilizando apenas a equação da tendência (reta). Por exemplo: $Y_{2003} = (0,14068182 \times (2003) - 278,08005)$. Previsão: 2003 3,7056 2004 3,8463 2005 3,9870

6) O consumo mensal de energia elétrica industrial em uma cidade (em milhões de kWh), para os anos de 2013 a 2018 está na tabela a seguir.

a) Encontre os índices sazonais para os 12 meses. Há diferenças substanciais entre eles? Quais seriam as razões para tais diferenças? JUSTIFIQUE sua resposta.

b) Obtenha a tendência por meio de uma reta de mínimos quadrados. R.: $T = 9,9998714t + 943,393584$

c) Remova a tendência e a sazonalidade da série e verifique se há variações cíclicas detectáveis. JUSTIFIQUE sua resposta.

Os dados são mensais, então pode haver influência de variações sazonais (DENTRO do ano).

*a) b) Para obter os índices sazonais, seja no modelo aditivo ou multiplicativo, é preciso primeiramente calcular as médias móveis dos valores da série. Como os dados são mensais as médias móveis irão envolver 12 períodos. Como este número de períodos é PAR, os resultados das médias móveis NÃO serão centralizados: ou seja, seus valores serão registrados em períodos que não existem na série original, inviabilizando a obtenção dos índices sazonais. É necessário então centralizar as médias móveis de 12 períodos, calculando médias móveis de 2 períodos, cujos valores serão então registrados em períodos que existem na série original. A tabela a seguir mostra parte do processo: primeiramente calculam-se os totais móveis para 12 períodos (a partir de Janeiro de 2012) – estes totais são registrados no meio dos 12 períodos (no período 6,5, para os primeiros 12 meses), que não tem correspondente na série original; calculam-se então os totais móveis de 2 períodos, envolvendo 2 totais móveis de 12 períodos calculados anteriormente – estes totais são registrados no meio dos 12 períodos (no período 7 para os primeiros dois totais de 12 meses), que tem correspondente na série original; dividindo o total móvel de 2 períodos por 24 (porque foram agrupados dois totais móveis de 12 meses) obtêm-se as médias móveis centradas. No modelo **aditivo** SUBTRAÍ-SE a média móvel centrada de cada período do respectivo consumo de energia para obter os índices sazonais. No modelo **multiplicativo** DIVIDE-SE o valor original da série pela média móvel centrada (para cada período) vamos obter os índices sazonais.*

Mês	Consumo energia	Total móvel 12 períodos	Total móvel 2 períodos	Média Móvel 2 períodos (centrada)	Índices sazonais (aditivo)	Índices sazonais (multiplicativo)
Jan/2013	934					
Fev/2013	947					
Mar/2013	944					
Abr/2013	963					
Mai/2013	1014					
Jun/2013	1029					
		12233				
Jul/2013	1029		24564	1023,5	5,000	1,00537
		12331				
Ago/2013	1065		24741	1030,88	34,12	1,03310
		12410				
Set/2013	1043		24964	1040,17	2,83	1,00272
		12554				
Out/2013	1096					
Nov/2013	1139					
Dez/2013	1030					
Jan/2014	1032					
Fev/2014	1026					

Os resultados COMPLETOS estão nas tabelas a seguir.

Primeiramente o modelo aditivo: à direita, em negrito, as médias dos índices sazonais em cada mês.

Mês	Períodos	Consumo	Tendência	TMóvel12	TMóvel2	MMóvel2C	Índices Sazonais	Índices Sazonais
jan/2013	1	934	953,393					-71,3750
fev/2013	2	947	963,393					-24,8833
mar/2013	3	944	973,393					-46,3417
abr/2013	4	963	983,393					-25,1083
mai/2013	5	1014	993,393					-10,1917
jun/2013	6	1029	1003,39					20,9750
jul/2013	7	1029	1013,39	12233	24564	1023,5	5,5000	15,5250
ago/2013	8	1065	1023,39	12331	24741	1030,88	34,1250	24,8917
set/2013	9	1043	1033,39	12410	24964	1040,17	2,8333	55,9667
out/2013	10	1096	1043,39	12554	25212	1050,5	45,5000	25,0417
nov/2013	11	1139	1053,39	12658	25433	1059,71	79,2917	45,0167
dez/2013	12	1030	1063,39	12775	25659	1069,13	-39,1250	-15,4667
jan/2014	13	1032	1073,39	12884	25906	1079,42	-47,4167	
fev/2014	14	1026	1083,39	13022	26173	1090,54	-64,5417	
mar/2014	15	1088	1093,39	13151	26463	1102,63	-14,6250	
abr/2014	16	1067	1103,39	13312	26728	1113,67	-46,6667	
mai/2014	17	1131	1113,39	13416	26904	1121	10,0000	
jun/2014	18	1138	1123,39	13488	27104	1129,33	8,6667	
jul/2014	19	1167	1133,39	13616	27327	1138,63	28,3750	
ago/2014	20	1194	1143,39	13711	27559	1148,29	45,7083	
set/2014	21	1204	1153,39	13848	27733	1155,54	48,4583	
out/2014	22	1200	1163,39	13885	27938	1164,08	35,9167	
nov/2014	23	1211	1173,39	14053	28188	1174,5	36,5000	
dez/2014	24	1158	1183,39	14135	28382	1182,58	-24,5833	
jan/2015	25	1127	1193,39	14247	28577	1190,71	-63,7083	
fev/2015	26	1163	1203,39	14330	28703	1195,96	-32,9583	
mar/2015	27	1125	1213,39	14373	28855	1202,29	-77,2917	
abr/2015	28	1235	1223,39	14482	29077	1211,54	23,4583	
mai/2015	29	1213	1233,39	14595	29285	1220,21	-7,2083	
jun/2015	30	1250	1243,39	14690	29511	1229,63	20,3750	
jul/2015	31	1250	1253,39	14821	29757	1239,88	10,1250	
ago/2015	32	1237	1263,39	14936	30016	1250,67	-13,6667	
set/2015	33	1313	1273,39	15080	30306	1262,75	50,2500	
out/2015	34	1313	1283,39	15226	30540	1272,5	40,5000	
nov/2015	35	1306	1293,39	15314	30746	1281,08	24,9167	
dez/2015	36	1289	1303,39	15432	30999	1291,63	-2,6250	
jan/2016	37	1242	1313,39	15567	31260	1302,5	-60,5000	
fev/2016	38	1307	1323,39	15693	31566	1315,25	-8,2500	
mar/2016	39	1271	1333,39	15873	31908	1329,5	-58,5000	
abr/2016	40	1323	1343,39	16035	32181	1340,88	-17,8750	
mai/2016	41	1331	1353,39	16146	32437	1351,54	-20,5417	
jun/2016	42	1385	1363,39	16291	32695	1362,29	22,7083	
jul/2016	43	1376	1373,39	16404	32904	1371	5,0000	
ago/2016	44	1417	1383,39	16500	33102	1379,25	37,7500	
set/2016	45	1475	1393,39	16602	33370	1390,42	84,5833	
out/2016	46	1424	1403,39	16768	33628	1401,17	22,8333	
nov/2016	47	1451	1413,39	16860	33883	1411,79	39,2083	
dez/2016	48	1402	1423,39	17023	34184	1424,33	-22,3333	
jan/2017	49	1338	1433,39	17161	34475	1436,46	-98,4583	
fev/2017	50	1409	1443,39	17314	34744	1447,67	-38,6667	
mar/2017	51	1437	1453,39	17430	35001	1458,38	-21,3750	
abr/2017	52	1415	1463,39	17571	35229	1467,88	-52,8750	

mai/2017	53	1494	1473,39	17658	35448	1477	17,0000
jun/2017	54	1523	1483,39	17790	35733	1488,88	34,1250
jul/2017	55	1529	1493,39	17943	36009	1500,38	28,6250
ago/2017	56	1533	1503,39	18066	36299	1512,46	20,5417
set/2017	57	1616	1513,39	18233	36535	1522,29	93,7083
out/2017	58	1511	1523,39	18302	36733	1530,54	-19,5417
nov/2017	59	1583	1533,39	18431	36908	1537,83	45,1667
dez/2017	60	1555	1543,39	18477	37048	1543,67	11,3333
jan/2018	61	1461	1553,39	18571	37147	1547,79	-86,7917
fev/2018	62	1576	1563,39	18576	37344	1556	20,0000
mar/2018	63	1506	1573,39	18768	37582	1565,92	-59,9167
abr/2018	64	1544	1583,39	18814	37814	1575,58	-31,5833
mai/2018	65	1540	1593,39	19000	38165	1590,21	-50,2083
jun/2018	66	1617	1603,39	19165	38352	1598	19,0000
jul/2018	67	1534	1613,38	19187			
ago/2018	68	1725	1623,38				
set/2018	69	1662	1633,38				
out/2018	70	1697	1643,38				
nov/2018	71	1748	1653,38				
dez/2018	72	1577	1663,38				

A soma dos índices sazonais do modelo aditivo é igual a -5,95, quando deveria ser zero. Torna-se necessário corrigir os índices, removendo o “excesso”. Como a sazonalidade tem ordem 12, divide-se a soma por 12 obtendo -0,4958. Subtraindo de cada índice este valor:

janeiro = -71,3750 - (-0,4958) = -70,8792 fevereiro = -24,8833 - (-0,4958) = -24,3875
março = -46,3417 - (-0,4958) = -45,8458 abril = -25,1083 - (-0,4958) = -24,6125
maio = -10,1917 - (-0,4958) = -9,6958 junho = 20,9750 - (-0,4958) = 21,4708
julho = 15,5250 - (-0,4958) = 16,0208 agosto = 24,8917 - (-0,4958) = 25,3875
setembro = 55,9667 - (-0,4958) = 56,4625 outubro = 25,0417 - (-0,4958) = 25,5375
novembro = 45,0167 - (-0,4958) = 45,5125 dezembro = -15,4667 - (-0,4958) = -14,9708

E a soma dos doze índices é virtualmente igual a zero.

Para o modelo multiplicativo a obtenção dos índices sazonais consiste em dividir o consumo pela média móvel centrada de 2 períodos. Posteriormente é preciso encontrar os valores máximo e mínimo, e calcular a média dos índices, sem os extremos, para cada mês. Na tabela abaixo foram suprimidas as colunas do total móvel de 12 períodos e do total móvel centrado de 2 períodos, pois são idênticas às da tabela anterior. Em negrito, há três colunas: uma apresenta os valores máximos do índice de cada mês, outra apresenta os mínimos e a última a média dos índices de cada mês excluindo os extremos. É importante ressaltar que há 5 valores de índices para cada mês: há 5 janeiros, 5 fevereiros, 5 marços, etc.

Mês	Períodos	Consumo	Tendência	MMóvel2C	Índices Sazonais	Máximo	Mínimo	Índices Sazonais
jan/2013	1	934	953,393			0,95607	0,93146	0,94799
fev/2013	2	947	963,393			1,01285	0,94082	0,97982
mar/2013	3	944	973,393			0,98674	0,93571	0,96769
abr/2013	4	963	983,393			1,01936	0,95810	0,97687
mai/2013	5	1014	993,393			1,01151	0,96843	0,99594
jun/2013	6	1029	1003,39			1,02292	1,00767	1,01504
jul/2013	7	1029	1013,39	1023,5	1,00537	1,02492	1,00365	1,01087
ago/2013	8	1065	1023,39	1030,88	1,0331	1,03981	0,98907	1,02468
set/2013	9	1043	1033,39	1040,17	1,00272	1,06156	1,00272	1,04752
out/2013	10	1096	1043,39	1050,5	1,04331	1,04331	0,98723	1,02633
nov/2013	11	1139	1053,39	1059,71	1,07482	1,07482	1,01945	1,02941
dez/2013	12	1030	1063,39	1069,13	0,9634	1,00734	0,96340	0,98717
jan/2014	13	1032	1073,39	1079,42	0,95607			

fev/2014	14	1026	1083,39	1090,54	0,94082		
mar/2014	15	1088	1093,39	1102,63	0,98674		
abr/2014	16	1067	1103,39	1113,67	0,9581		
mai/2014	17	1131	1113,39	1121	1,00892		
jun/2014	18	1138	1123,39	1129,33	1,00767		
jul/2014	19	1167	1133,39	1138,63	1,02492		
ago/2014	20	1194	1143,39	1148,29	1,03981		
set/2014	21	1204	1153,39	1155,54	1,04194		
out/2014	22	1200	1163,39	1164,08	1,03085		
nov/2014	23	1211	1173,39	1174,5	1,03108		
dez/2014	24	1158	1183,39	1182,58	0,97921		
jan/2015	25	1127	1193,39	1190,71	0,9465		
fev/2015	26	1163	1203,39	1195,96	0,97244		
mar/2015	27	1125	1213,39	1202,29	0,93571		
abr/2015	28	1235	1223,39	1211,54	1,01936		
mai/2015	29	1213	1233,39	1220,21	0,99409		
jun/2015	30	1250	1243,39	1229,63	1,01657		
jul/2015	31	1250	1253,39	1239,88	1,00817		
ago/2015	32	1237	1263,39	1250,67	0,98907		
set/2015	33	1313	1273,39	1262,75	1,03979		
out/2015	34	1313	1283,39	1272,5	1,03183		
nov/2015	35	1306	1293,39	1281,08	1,01945		
dez/2015	36	1289	1303,39	1291,63	0,99797		
jan/2016	37	1242	1313,39	1302,5	0,95355		
fev/2016	38	1307	1323,39	1315,25	0,99373		
mar/2016	39	1271	1333,39	1329,5	0,956		
abr/2016	40	1323	1343,39	1340,88	0,98667		
mai/2016	41	1331	1353,39	1351,54	0,9848		
jun/2016	42	1385	1363,39	1362,29	1,01667		
jul/2016	43	1376	1373,39	1371	1,00365		
ago/2016	44	1417	1383,39	1379,25	1,02737		
set/2016	45	1475	1393,39	1390,42	1,06083		
out/2016	46	1424	1403,39	1401,17	1,0163		
nov/2016	47	1451	1413,39	1411,79	1,02777		
dez/2016	48	1402	1423,39	1424,33	0,98432		
jan/2017	49	1338	1433,39	1436,46	0,93146		
fev/2017	50	1409	1443,39	1447,67	0,97329		
mar/2017	51	1437	1453,39	1458,38	0,98534		
abr/2017	52	1415	1463,39	1467,88	0,96398		
mai/2017	53	1494	1473,39	1477	1,01151		
jun/2017	54	1523	1483,39	1488,88	1,02292		
jul/2017	55	1529	1493,39	1500,38	1,01908		
ago/2017	56	1533	1503,39	1512,46	1,01358		
set/2017	57	1616	1513,39	1522,29	1,06156		
out/2017	58	1511	1523,39	1530,54	0,98723		
nov/2017	59	1583	1533,39	1537,83	1,02937		
dez/2017	60	1555	1543,39	1543,67	1,00734		
jan/2018	61	1461	1553,39	1547,79	0,94393		
fev/2018	62	1576	1563,39	1556	1,01285		
mar/2018	63	1506	1573,39	1565,92	0,96174		
abr/2018	64	1544	1583,39	1575,58	0,97995		
mai/2018	65	1540	1593,39	1590,21	0,96843		
jun/2018	66	1617	1603,39	1598	1,01189		
jul/2018	67	1534	1613,38				

ago/2018	68	1725	1623,38				
set/2018	69	1662	1633,38				
out/2018	70	1697	1643,38				
nov/2018	71	1748	1653,38				
dez/2018	72	1577	1663,38				

Somando os índices vamos obter 12,0093, indicando que é preciso realizar uma correção. Como a sazonalidade tem ordem 12, subtrai-se a soma de 12 e divide-se o resultado por 12 obtendo 0,0008. Subtraindo este valor de 1, teremos 0,9992, multiplicando este resultado pelos índices obtemos os índices corrigidos:

Observe os valores dos índices sazonais obtidos:

Janeiro	0,94725
Fevereiro	0,97906
Março	0,96694
Abril	0,97611
Mai	0,99516
Junho	1,01425
Julho	1,01009
Agosto	1,02389
Setembro	1,04671
Outubro	1,02553
Novembro	1,02861
Dezembro	0,98640

c) No modelo aditivo há diferenças entre os índices sazonais: de dezembro a maio os índices são menores do que zero, sendo maiores do que zero nos outros meses (há um incremento no consumo de junho a novembro). Não obstante, a diferença não é tão grande assim, o maior crescimento é de 47 milhões de kWh (em setembro), e o maior decréscimo é de 59 milhões de kWh (em janeiro). No modelo multiplicativo também é possível identificar diferenças entre os índices sazonais: de dezembro a maio os índices são menores do que 1, sendo maiores do que 1 nos outros meses (há um incremento no consumo de junho a novembro). Não obstante, a diferença não é tão grande assim, o maior crescimento é de 4% em relação à média mensal (em setembro), e o maior decréscimo é de 6% em relação à média mensal (em janeiro). As causas das quedas e aumentos no consumo podem dever-se às estações do ano, incremento do consumo no frio (mais aquecedores operando, por mais tempo) ou eventuais mudanças na atividade industrial (no fim do ano haveria férias coletivas, reduzindo o consumo na indústria).

d) Para obter a tendência é preciso obter os coeficientes da reta de mínimos quadrados. E para calcular os coeficientes é preciso obter os seguintes somatórios: Σt , Σt^2 , ΣY , ΣY^2 , e ΣtY . A variável independente (t) será o período (janeiro de 2013 é o período 1, dezembro de 2018 é o período 72), e Y o próprio valor do consumo de energia. Calculando os somatórios:

$$\Sigma t = 2628 \quad \Sigma t^2 = 127020 \quad \Sigma Y = 94204 \quad \Sigma Y^2 = 126521574 \quad \Sigma tY = 3749422$$

E os valores dos coeficientes serão: $b = 9,9998714$ $a = 943,393584$.

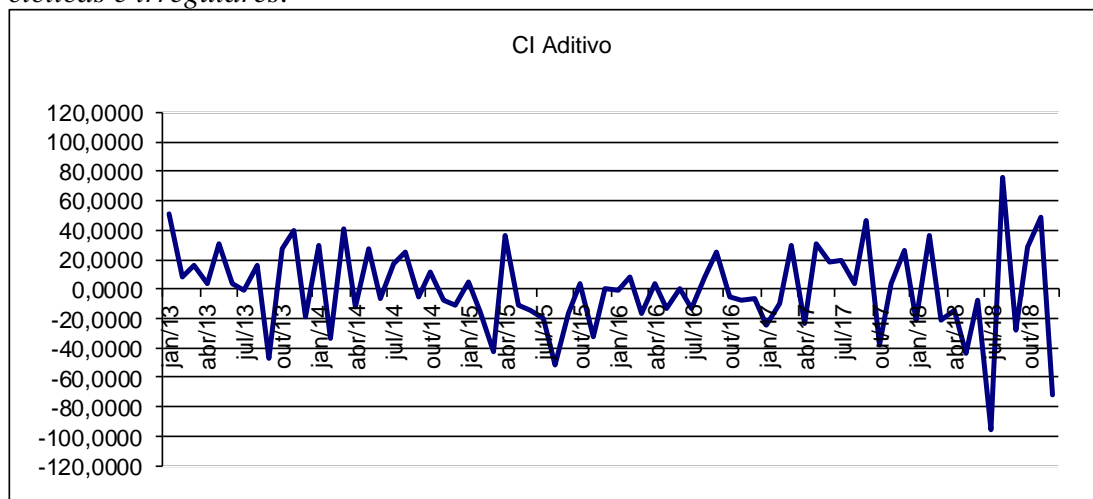
Para calcular a tendência de janeiro de 2013 a dezembro de 2018, basta substituir o valor do período correspondente ao mês no lugar de t: $T_{jan.2013} = 9,9998714 \times (1) + 943,393584 = 953,39345554$, por exemplo.

e) Em um modelo aditivo somam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta subtrair do valor da série a tendência (calculada pela equação definida no item d) e pelo índice sazonal correspondente ao mês, obtido no item a: $CI_{jan.2013} = Y_{jan.2013} - T_{jan.2013} - S_{janeiro} = 934 - 953,39345554 - (-70,8792) = 51,4857$

Observe os resultados na tabela a seguir:

Apenas CI
51,4857
7,9942
16,4526
4,2194
30,3029
4,1364
-0,4135
16,2199
-46,8549
27,0702
40,0953
-18,4212
29,4873
-33,0043
40,4542
-11,7790
27,3044
-6,8621
17,5880
25,2215
-5,8534
11,0717
-7,9031
-10,4197
4,4888
-16,0027
-42,5443
36,2225
-10,6940
-14,8606
-19,4104
-51,7770
-16,8518
4,0733
-32,9016
0,5819
-0,5097
7,9988
-16,5427
4,2241
-12,6925
0,1410
-13,4089
8,2246
25,1497
-4,9252
-7,9000
-6,4166
-24,5081
-9,9997
29,4588
-23,7744
30,3091

Para uma melhor avaliação do problema é preciso observar o gráfico das variações cíclicas e irregulares:



Não se pode esquecer que as variações cíclicas ocorrem com amplitude superior a um ano. Para identificar eventuais variações cíclicas é preciso comparar períodos de 12 meses. Há 6 anos no gráfico. Com base nesses valores (há uma pequena variação de ano para ano) e no gráfico acima é possível afirmar que NÃO HÁ variações cíclicas na série de consumo de energia, porque não se consegue identificar uma alternância SISTEMÁTICA entre valores maiores e menores do que zero ao longo do período. Parece haver apenas variações irregulares.

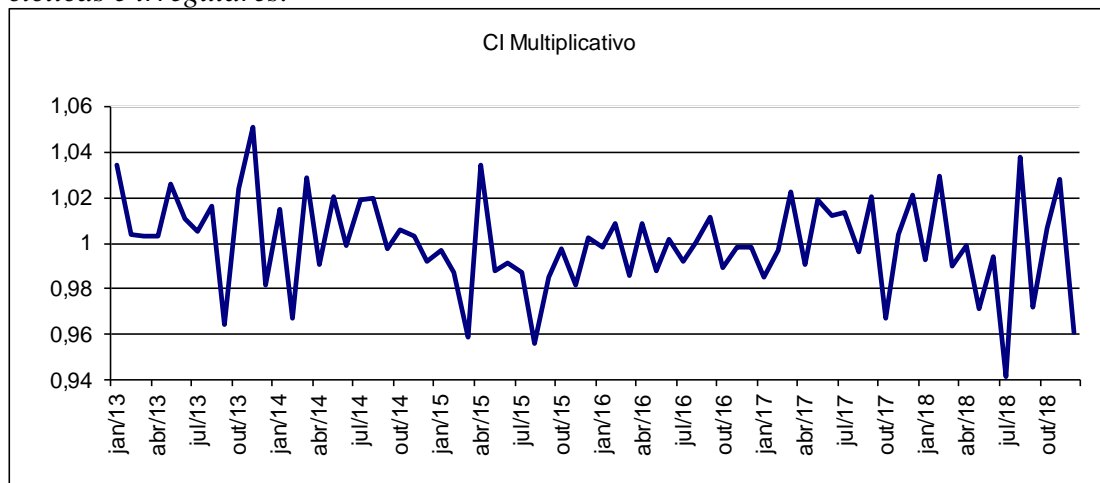
18,1425
19,5927
4,2261
46,1512
-37,9236
4,1015
26,5850
-21,5066
37,0019
-21,5396
-14,7729
-43,6894
-7,8559
-95,4058
76,2277
-27,8472
28,0779
49,1030
-71,4135

f) Em um modelo multiplicativo multiplicam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta dividir o valor da série pela tendência (calculada pela equação definida no item b) e pelo índice sazonal correspondente ao mês: $CI_{jan.2012} = Y_{jan.2012} / (T_{jan.2012} \times S_{janeiro}) = 934 / (953,39345554 \times 0,94725) = 1,03421$

Observe os resultados na tabela a seguir:

Apenas CI
1,03504
1,00996
1,00839
0,99929
1,02681
1,0088
1,00532
1,01293
0,96868
1,01898
1,05042
0,98403
1,01579
0,97301
1,03466
0,9868
1,02185
0,99649
1,01943
1,01644
1,00186
1,0006
1,00261
0,99413
0,99775
0,99296
0,96404
1,03014

Para uma melhor avaliação do problema é preciso observar o gráfico das variações cíclicas e irregulares:



Não se pode esquecer que as variações cíclicas ocorrem com amplitude superior a um ano. Para identificar eventuais variações cíclicas é preciso comparar períodos de 12 meses. Há 6 anos no gráfico. Com base nesses valores (há uma pequena variação de ano para ano) e no gráfico acima é possível afirmar que NÃO HÁ variações cíclicas na série de consumo de energia, porque não se consegue identificar uma alternância SISTEMÁTICA entre valores maiores e menores do que 1 ao longo do período. Parece haver apenas variações irregulares.

0,98931
0,98893
0,98739
0,95303
0,98961
0,99245
0,98094
1,00471
0,9991
1,01472
0,99113
1,00497
0,9893
0,99929
0,99195
0,99701
1,01597
0,98432
0,99732
1,00066
0,98622
1,00296
1,02806
0,98671
1,02002
1,00997
1,01368
0,99253
1,02483
0,96218
1,0029
1,02357
0,99369
1,03573
0,99525
0,99507
0,97224
0,99205
0,94136
1,03429
0,97657
1,00172
1,02706
0,96317

g) A recomposição deve ser feita pelos modelos aditivo e multiplicativo. Em ambos será usada a mesma equação de tendência obtida na letra d, e cujos valores de 2012 a 2017 estão nas tabelas mostradas nas letras a e b. Concluiu-se nas letras a e b que há influência sazonal na série, e nas letras e e f que não há influência da variação cíclica na série. Então, ao realizar a recomposição devemos levar em conta tendência e índices sazonais. Devemos fazer isso para os dois modelos, estimando os valores da série, calcular os erros (diferença entre os valores originais e os estimados pelos modelos), valores absolutos dos erros, quadrados dos erros e erros divididos pelos valores originais da série. Com estes valores disponíveis, posteriormente calcular as medidas de acuracidade.

Pelo modelo aditivo, onde $e_t = \text{consumo} - \hat{Y}$:

Mês	T	Ind. Sazonais	$\hat{Y} = T + S$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$(e_t / Y_t) \times 100$	$ (e_t / Y_t) \times 100 $
jan/2013	953,393	-70,8792	882,514	51,486	51,486	2650,778	5,512	5,512
fev/2013	963,393	-24,3875	939,006	7,994	7,994	63,907	0,844	0,844
mar/2013	973,393	-45,8458	927,547	16,453	16,453	270,689	1,743	1,743
abr/2013	983,393	-24,6125	958,781	4,219	4,219	17,804	0,438	0,438
mai/2013	993,393	-9,6958	983,697	30,303	30,303	918,265	2,988	2,988
jun/2013	1003,393	21,4708	1024,864	4,136	4,136	17,109	0,402	0,402
jul/2013	1013,393	16,0208	1029,414	-0,414	0,414	0,171	-0,040	0,040
ago/2013	1023,393	25,3875	1048,780	16,220	16,220	263,087	1,523	1,523
set/2013	1033,392	56,4625	1089,855	-46,855	46,855	2195,384	-4,492	4,492
out/2013	1043,392	25,5375	1068,930	27,070	27,070	732,796	2,470	2,470
nov/2013	1053,392	45,5125	1098,905	40,095	40,095	1607,636	3,520	3,520
dez/2013	1063,392	-14,9708	1048,421	-18,421	18,421	339,341	-1,788	1,788
jan/2014	1073,392	-70,8792	1002,513	29,487	29,487	869,498	2,857	2,857
fev/2014	1083,392	-24,3875	1059,004	-33,004	33,004	1089,283	-3,217	3,217
mar/2014	1093,392	-45,8458	1047,546	40,454	40,454	1636,541	3,718	3,718
abr/2014	1103,392	-24,6125	1078,779	-11,779	11,779	138,745	-1,104	1,104
mai/2014	1113,391	-9,6958	1103,696	27,304	27,304	745,532	2,414	2,414
jun/2014	1123,391	21,4708	1144,862	-6,862	6,862	47,088	-0,603	0,603
jul/2014	1133,391	16,0208	1149,412	17,588	17,588	309,339	1,507	1,507
ago/2014	1143,391	25,3875	1168,779	25,221	25,221	636,123	2,112	2,112
set/2014	1153,391	56,4625	1209,853	-5,853	5,853	34,262	-0,486	0,486
out/2014	1163,391	25,5375	1188,928	11,072	11,072	122,584	0,923	0,923
nov/2014	1173,391	45,5125	1218,903	-7,903	7,903	62,459	-0,653	0,653
dez/2014	1183,390	-14,9708	1168,420	-10,420	10,420	108,569	-0,900	0,900
jan/2015	1193,390	-70,8792	1122,511	4,489	4,489	20,149	0,398	0,398
fev/2015	1203,390	-24,3875	1179,003	-16,003	16,003	256,088	-1,376	1,376
mar/2015	1213,390	-45,8458	1167,544	-42,544	42,544	1810,016	-3,782	3,782
abr/2015	1223,390	-24,6125	1198,777	36,223	36,223	1312,071	2,933	2,933
mai/2015	1233,390	-9,6958	1223,694	-10,694	10,694	114,362	-0,882	0,882
jun/2015	1243,390	21,4708	1264,861	-14,861	14,861	220,836	-1,189	1,189
jul/2015	1253,390	16,0208	1269,410	-19,410	19,410	376,765	-1,553	1,553
ago/2015	1263,389	25,3875	1288,777	-51,777	51,777	2680,854	-4,186	4,186
set/2015	1273,389	56,4625	1329,852	-16,852	16,852	283,984	-1,283	1,283
out/2015	1283,389	25,5375	1308,927	4,073	4,073	16,592	0,310	0,310
nov/2015	1293,389	45,5125	1338,902	-32,902	32,902	1082,514	-2,519	2,519
dez/2015	1303,389	-14,9708	1288,418	0,582	0,582	0,339	0,045	0,045
jan/2016	1313,389	-70,8792	1242,510	-0,510	0,510	0,260	-0,041	0,041
fev/2016	1323,389	-24,3875	1299,001	7,999	7,999	63,981	0,612	0,612
mar/2016	1333,389	-45,8458	1287,543	-16,543	16,543	273,662	-1,302	1,302
abr/2016	1343,388	-24,6125	1318,776	4,224	4,224	17,843	0,319	0,319
mai/2016	1353,388	-9,6958	1343,692	-12,692	12,692	161,099	-0,954	0,954
jun/2016	1363,388	21,4708	1384,859	0,141	0,141	0,020	0,010	0,010
jul/2016	1373,388	16,0208	1389,409	-13,409	13,409	179,798	-0,974	0,974
ago/2016	1383,388	25,3875	1408,775	8,225	8,225	67,644	0,580	0,580
set/2016	1393,388	56,4625	1449,850	25,150	25,150	632,508	1,705	1,705
out/2016	1403,388	25,5375	1428,925	-4,925	4,925	24,257	-0,346	0,346
nov/2016	1413,388	45,5125	1458,900	-7,900	7,900	62,411	-0,544	0,544
dez/2016	1423,387	-14,9708	1408,417	-6,417	6,417	41,172	-0,458	0,458
jan/2017	1433,387	-70,8792	1362,508	-24,508	24,508	600,648	-1,832	1,832
fev/2017	1443,387	-24,3875	1419,000	-10,000	10,000	99,993	-0,710	0,710
mar/2017	1453,387	-45,8458	1407,541	29,459	29,459	867,821	2,050	2,050
abr/2017	1463,387	-24,6125	1438,774	-23,774	23,774	565,222	-1,680	1,680
mai/2017	1473,387	-9,6958	1463,691	30,309	30,309	918,640	2,029	2,029
jun/2017	1483,387	21,4708	1504,857	18,143	18,143	329,151	1,191	1,191
jul/2017	1493,387	16,0208	1509,407	19,593	19,593	383,872	1,281	1,281

ago/2017	1503,386	25,3875	1528,774	4,226	4,226	17,860	0,276	0,276
set/2017	1513,386	56,4625	1569,849	46,151	46,151	2129,938	2,856	2,856
out/2017	1523,386	25,5375	1548,924	-37,924	37,924	1438,201	-2,510	2,510
nov/2017	1533,386	45,5125	1578,898	4,102	4,102	16,822	0,259	0,259
dez/2017	1543,386	-14,9708	1528,415	26,585	26,585	706,760	1,710	1,710
jan/2018	1553,386	-70,8792	1482,507	-21,507	21,507	462,533	-1,472	1,472
fev/2018	1563,386	-24,3875	1538,998	37,002	37,002	1369,140	2,348	2,348
mar/2018	1573,385	-45,8458	1527,540	-21,540	21,540	463,956	-1,430	1,430
abr/2018	1583,385	-24,6125	1558,773	-14,773	14,773	218,237	-0,957	0,957
mai/2018	1593,385	-9,6958	1583,689	-43,689	43,689	1908,763	-2,837	2,837
jun/2018	1603,385	21,4708	1624,856	-7,856	7,856	61,716	-0,486	0,486
jul/2018	1613,385	16,0208	1629,406	-95,406	95,406	9102,267	-6,219	6,219
ago/2018	1623,385	25,3875	1648,772	76,228	76,228	5810,657	4,419	4,419
set/2018	1633,385	56,4625	1689,847	-27,847	27,847	775,467	-1,676	1,676
out/2018	1643,385	25,5375	1668,922	28,078	28,078	788,370	1,655	1,655
nov/2018	1653,384	45,5125	1698,897	49,103	49,103	2411,109	2,809	2,809
dez/2018	1663,384	-14,9708	1648,413	-71,413	71,413	5099,886	-4,528	4,528

Após calcular os somatórios é possível substituir os valores nas expressões, sabendo-se que há 72 períodos:

$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t| = \frac{1}{72} \times \sum_{t=1}^{72} |e_t| = \frac{1}{72} \times 1618,37 = 22,4774$$

$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{72} \times 61123,24 = 848,9339$$

$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right| = \frac{1}{72} \times 123,777 = 1,7191\%$$

Agora precisamos repetir o processo para o modelo multiplicativo:

Mês	T	Ind. Saz.	$\hat{Y} = T \times S$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$(e_t / Y_t) \times 100$	$ (e_t / Y_t) \times 100 $
jan/2013	953,393	0,9473	903,1054	30,8946	30,89464	954,4788	3,3078	3,3078
fev/2013	963,393	0,9791	943,2181	3,7819	3,781931	14,3030	0,3994	0,3994
mar/2013	973,393	0,9669	941,2134	2,7866	2,786609	7,7652	0,2952	0,2952
abr/2013	983,393	0,9761	959,8978	3,1022	3,102224	9,6238	0,3221	0,3221
mai/2013	993,393	0,9952	988,5887	25,4113	25,41125	645,7317	2,5060	2,5060
jun/2013	1003,393	1,0143	1017,695	11,3049	11,30492	127,8012	1,0986	1,0986
jul/2013	1013,393	1,0101	1023,615	5,3853	5,385324	29,0017	0,5234	0,5234
ago/2013	1023,393	1,0239	1047,84	17,1604	17,16044	294,4807	1,6113	1,6113
set/2013	1033,392	1,0467	1081,659	-38,6586	38,6586	1494,4873	-3,7065	3,7065
out/2013	1043,392	1,0255	1070,028	25,9722	25,97222	674,5561	2,3697	2,3697
nov/2013	1053,392	1,0286	1083,526	55,4743	55,47433	3077,4012	4,8704	4,8704
dez/2013	1063,392	0,9864	1048,929	-18,9290	18,92905	358,3089	-1,8378	1,8378
jan/2014	1073,392	0,9473	1016,774	15,2257	15,22567	231,8211	1,4754	1,4754
fev/2014	1083,392	0,9791	1060,704	-34,7035	34,70353	1204,3353	-3,3824	3,3824
mar/2014	1093,392	0,9669	1057,245	30,7552	30,75523	945,8842	2,8268	2,8268
abr/2014	1103,392	0,9761	1077,029	-10,0292	10,02922	100,5853	-0,9399	0,9399
mai/2014	1113,391	0,9952	1108,007	22,9931	22,99312	528,6838	2,0330	2,0330
jun/2014	1123,391	1,0143	1139,404	-1,4040	1,403984	1,9712	-0,1234	0,1234
jul/2014	1133,391	1,0101	1144,824	22,1765	22,17645	491,7951	1,9003	1,9003
ago/2014	1143,391	1,0239	1170,705	23,2954	23,29544	542,6773	1,9510	1,9510
set/2014	1153,391	1,0467	1207,262	-3,2618	3,261767	10,6391	-0,2709	0,2709
out/2014	1163,391	1,0255	1193,09	6,9105	6,910467	47,7546	0,5759	0,5759
nov/2014	1173,391	1,0286	1206,957	4,0432	4,043178	16,3473	0,3339	0,3339
dez/2014	1183,390	0,9864	1167,295	-9,2954	9,295429	86,4050	-0,8027	0,8027

jan/2015	1193,390	0,9473	1130,443	-3,4433	3,443293	11,8563	-0,3055	0,3055
fev/2015	1203,390	0,9791	1178,189	-15,1890	15,189	230,7057	-1,3060	1,3060
mar/2015	1213,390	0,9669	1173,276	-48,2761	48,27615	2330,5864	-4,2912	4,2912
abr/2015	1223,390	0,9761	1194,161	40,8393	40,83933	1667,8511	3,3068	3,3068
mai/2015	1233,390	0,9952	1227,425	-14,4250	14,425	208,0807	-1,1892	1,1892
jun/2015	1243,390	1,0143	1261,113	-11,1129	11,11289	123,4963	-0,8890	0,8890
jul/2015	1253,390	1,0101	1266,032	-16,0324	16,03241	257,0383	-1,2826	1,2826
ago/2015	1263,389	1,0239	1293,57	-56,5696	56,56957	3200,1160	-4,5731	4,5731
set/2015	1273,389	1,0467	1332,865	-19,8649	19,86494	394,6157	-1,5129	1,5129
out/2015	1283,389	1,0255	1316,151	-3,1513	3,151283	9,9306	-0,2400	0,2400
nov/2015	1293,389	1,0286	1330,388	-24,3880	24,38797	594,7732	-1,8674	1,8674
dez/2015	1303,389	0,9864	1285,662	3,3382	3,338191	11,1435	0,2590	0,2590
jan/2016	1313,389	0,9473	1244,112	-2,1123	2,11226	4,4616	-0,1701	0,1701
fev/2016	1323,389	0,9791	1295,674	11,3255	11,32554	128,2678	0,8665	0,8665
mar/2016	1333,389	0,9669	1289,308	-18,3075	18,30753	335,1655	-1,4404	1,4404
abr/2016	1343,388	0,9761	1311,292	11,7079	11,70789	137,0746	0,8849	0,8849
mai/2016	1353,388	0,9952	1346,843	-15,8431	15,84313	251,0047	-1,1903	1,1903
jun/2016	1363,388	1,0143	1382,822	2,1782	2,178209	4,7446	0,1573	0,1573
jul/2016	1373,388	1,0101	1387,241	-11,2413	11,24128	126,3665	-0,8170	0,8170
ago/2016	1383,388	1,0239	1416,435	0,5654	0,565428	0,3197	0,0399	0,0399
set/2016	1393,388	1,0467	1458,468	16,5319	16,5319	273,3036	1,1208	1,1208
out/2016	1403,388	1,0255	1439,213	-15,2130	15,21303	231,4364	-1,0683	1,0683
nov/2016	1413,388	1,0286	1453,819	-2,8191	2,819125	7,9475	-0,1943	0,1943
dez/2016	1423,387	0,9864	1404,028	-2,0282	2,02819	4,1136	-0,1447	0,1447
jan/2017	1433,387	0,9473	1357,781	-19,7812	19,78123	391,2969	-1,4784	1,4784
fev/2017	1443,387	0,9791	1413,16	-4,1599	4,159927	17,3050	-0,2952	0,2952
mar/2017	1453,387	0,9669	1405,339	31,6611	31,6611	1002,4250	2,2033	2,2033
abr/2017	1463,387	0,9761	1428,424	-13,4236	13,42356	180,1919	-0,9487	0,9487
mai/2017	1473,387	0,9952	1466,261	27,7387	27,73875	769,4380	1,8567	1,8567
jun/2017	1483,387	1,0143	1504,531	18,4693	18,46931	341,1152	1,2127	1,2127
jul/2017	1493,387	1,0101	1508,45	20,5498	20,54985	422,2962	1,3440	1,3440
ago/2017	1503,386	1,0239	1539,3	-6,2996	6,299576	39,6847	-0,4109	0,4109
set/2017	1513,386	1,0467	1584,071	31,9287	31,92873	1019,4437	1,9758	1,9758
out/2017	1523,386	1,0255	1562,275	-51,2748	51,27478	2629,1034	-3,3934	3,3934
nov/2017	1533,386	1,0286	1577,25	5,7497	5,749724	33,0593	0,3632	0,3632
dez/2017	1543,386	0,9864	1522,395	32,6054	32,60543	1063,1140	2,0968	2,0968
jan/2018	1553,386	0,9473	1471,45	-10,4502	10,45019	109,2066	-0,7153	0,7153
fev/2018	1563,386	0,9791	1530,645	45,3546	45,35461	2057,0405	2,8778	2,8778
mar/2018	1573,385	0,9669	1521,37	-15,3703	15,37028	236,2456	-1,0206	1,0206
abr/2018	1583,385	0,9761	1545,555	-1,5550	1,555003	2,4180	-0,1007	0,1007
mai/2018	1593,385	0,9952	1585,679	-45,6794	45,67938	2086,6059	-2,9662	2,9662
jun/2018	1603,385	1,0143	1626,24	-9,2396	9,239598	85,3702	-0,5714	0,5714
jul/2018	1613,385	1,0101	1629,659	-95,6590	95,65902	9150,6486	-6,2359	6,2359
ago/2018	1623,385	1,0239	1662,165	62,8354	62,83542	3948,2901	3,6426	3,6426
set/2018	1633,385	1,0467	1709,674	-47,6744	47,67444	2272,8521	-2,8685	2,8685
out/2018	1643,385	1,0255	1685,337	11,6635	11,66347	136,0365	0,6873	0,6873
nov/2018	1653,384	1,0286	1700,681	47,3186	47,31857	2239,0473	2,7070	2,7070
dez/2018	1663,384	0,9864	1640,761	-63,7610	63,76095	4065,4588	-4,0432	4,0432

Após calcular os somatórios é possível substituir os valores nas expressões, sabendo-se que há 72 períodos:

$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t| = \frac{1}{72} \times \sum_{t=1}^{72} |e_t| = \frac{1}{72} \times 1509,66 = 20,9675$$

$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{72} \times 56738,93 = 788,0407$$

$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right| = \frac{1}{72} \times 114,60 = 1,5916\%$$

Podemos agora sumarizar os resultados:

Medida	Modelo aditivo	Modelo Multiplicativo
EAM	22,4774	20,9675
EQM	848,9339	788,0407
EPAM	1,7191 %	1,5916 %

Pela tabela acima observamos que as medidas do modelo multiplicativo são **MENORES** do que as do aditivo (embora a diferença não seja tão grande). Sendo assim, conclui-se que o modelo **MULTIPLICATIVO** é o mais apropriado para a série, pois apresenta os menores erros, e deve ser usado para a realização de previsões.

7) Um grupo hoteleiro pretende construir um resort em um município litorâneo de SC. O número de dias ensolarados por mês é crucial para definir o perfil do empreendimento. Se durante a temporada os meses forem predominantemente ensolarados haverá maior investimento em infraestrutura náutica e de esportes ao livre. Caso contrário, dar-se-á mais ênfase às comodidades internas do empreendimento. Para tomar a decisão será feita uma análise da série de dias ensolarados ao longo dos 5 últimos anos (2014 a 2018), avaliando os índices sazonais mensais.

a) b) Os dados são mensais, então pode haver influência de variações sazonais (**DENTRO** do ano). Para obter os índices sazonais é preciso primeiramente calcular as médias móveis dos valores da série. Como os dados são mensais as médias móveis irão envolver 12 períodos. Como este número de períodos é **PAR**, os resultados das médias móveis **NÃO** serão centralizados: ou seja, seus valores serão registrados em períodos que não existem na série original, inviabilizando a obtenção dos índices sazonais. É necessário então centralizar as médias móveis de 12 períodos, calculando médias móveis de 2 períodos, cujos valores serão então registrados em períodos que existem na série original. A tabela a seguir mostra parte do processo: primeiramente calculam-se os totais móveis para 12 períodos (a partir de Janeiro de 2013) – estes totais são registrados no meio dos 12 períodos (no período 6,5, para os primeiros 12 meses), que não tem correspondente na série original; calculam-se então os totais móveis de 2 períodos, envolvendo 2 totais móveis de 12 períodos calculados anteriormente – estes totais são registrados no meio dos 12 períodos (no período 7 para os primeiros dois totais de 12 meses), que tem correspondente na série original; dividindo o total móvel de 2 períodos por 24 (porque foram agrupados dois totais móveis de 12 meses) obtêm-se as médias móveis centradas. No modelo **aditivo** **SUBTRAI-SE** a média móvel centrada de cada período do respectivo consumo de energia para obter os índices sazonais. No modelo **multiplicativo** **DIVIDE-SE** o valor original da série pela média móvel centrada (para cada período) vamos obter os índices sazonais.

Mês	Dias ensolar.	Total móvel 12 períodos	Total móvel 2 períodos	Média Móvel 2 períodos (centrada)	Índices sazonais (aditivo)	Índices sazonais (multiplicativo)
Jan/2014	16					
Fev/2014	15					

Mar/2014	13					
Abr/2014	7					
Mai/2014	8					
Jun/2014	7					
		111				
Jul/2014	5		224	9,33333	-4,3333	0,5357
		113				
Ago/2014	5		225	9,375	-4,3750	0,5333
		112				
Set/2014	3		227	9,45833	-6,4583	0,3172
		115				
Out/2014	8					
Nov/2014	10					
Dez/2014	14					
Jan/2015	18					
Fev/2015	14					

Os resultados COMPLETOS estão nas tabelas a seguir.

Primeiramente o modelo aditivo: à direita, em negrito, as médias dos índices sazonais em cada mês.

Meses	Período	Dias ensolarados	Tendência	TMóvel12	TMóvel2	MMóvel12C	Índices Sazonais	Índices Sazonais
jan/2014	1	16	11,01421					7,6875
fev/2014	2	15	10,98039					4,4688
mar/2014	3	13	10,94658					4,9896
abr/2014	4	7	10,91276					0,2396
mai/2014	5	8	10,87895					0,7292
jun/2014	6	7	10,84513					-1,9896
jul/2014	7	5	10,81132	111	224	9,333333	0,535714	-6,2813
ago/2014	8	5	10,7775	113	225	9,375	0,533333	-4,7500
set/2014	9	3	10,74369	112	227	9,458333	0,317181	-7,2292
out/2014	10	8	10,70987	115	232	9,666667	0,827586	-2,2604
nov/2014	11	10	10,67606	117	237	9,875	1,012658	0,4375
dez/2014	12	14	10,64224	120	243	10,125	1,382716	4,6667
jan/2015	13	18	10,60843	123	245	10,20833	1,763265	
fev/2015	14	14	10,57461	122	244	10,16667	1,377049	
mar/2015	15	16	10,5408	122	245	10,20833	1,567347	
abr/2015	16	9	10,50698	123	247	10,29167	0,874494	
mai/2015	17	11	10,47317	124	250	10,41667	1,056	
jun/2015	18	10	10,43935	126	254	10,58333	0,944882	
jul/2015	19	4	10,40554	128	258	10,75	0,372093	
ago/2015	20	5	10,37172	130	263	10,95833	0,456274	
set/2015	21	4	10,33791	133	267	11,125	0,359551	
out/2015	22	9	10,30409	134	271	11,29167	0,797048	
nov/2015	23	12	10,27028	137	276	11,5	1,043478	
dez/2015	24	16	10,23646	139	277	11,54167	1,386282	
jan/2016	25	20	10,20265	138	275	11,45833	1,745455	
fev/2016	26	17	10,16883	137	275	11,45833	1,483636	
mar/2016	27	17	10,13502	138	275	11,45833	1,483636	
abr/2016	28	12	10,1012	137	272	11,33333	1,058824	
mai/2016	29	13	10,06739	135	268	11,16667	1,164179	
jun/2016	30	9	10,03357	133	266	11,08333	0,81203	

jul/2016	31	3	9,999759	133	265	11,04167	0,271698
ago/2016	32	6	9,965944	132	262	10,91667	0,549618
set/2016	33	3	9,932129	130	258	10,75	0,27907
out/2016	34	7	9,898314	128	255	10,625	0,658824
nov/2016	35	10	9,864499	127	251	10,45833	0,956175
dez/2016	36	16	9,830684	124	246	10,25	1,560976
jan/2017	37	19	9,79687	122	245	10,20833	1,861224
fev/2017	38	15	9,763055	123	246	10,25	1,463415
mar/2017	39	15	9,72924	123	245	10,20833	1,469388
abr/2017	40	11	9,695425	122	245	10,20833	1,077551
mai/2017	41	10	9,66161	123	247	10,29167	0,97166
jun/2017	42	7	9,627795	124	246	10,25	0,682927
jul/2017	43	4	9,59398	122	240	10	0,4
ago/2017	44	6	9,560165	118	234	9,75	0,615385
set/2017	45	2	9,52635	116	230	9,583333	0,208696
out/2017	46	8	9,492535	114	227	9,458333	0,845815
nov/2017	47	11	9,45872	113	226	9,416667	1,168142
dez/2017	48	14	9,424905	113	226	9,416667	1,486726
jan/2018	49	15	9,39109	113	225	9,375	1,6
fev/2018	50	13	9,357275	112	222	9,25	1,405405
mar/2018	51	13	9,32346	110	220	9,166667	1,418182
abr/2018	52	10	9,289645	110	221	9,208333	1,085973
mai/2018	53	10	9,25583	111	221	9,208333	1,085973
jun/2018	54	7	9,222015	110	217	9,041667	0,774194
jul/2018	55	3	9,1882	107			
ago/2018	56	4	9,154385				
set/2018	57	2	9,120571				
out/2018	58	9	9,086756				
nov/2018	59	10	9,052941				
dez/2018	60	11	9,019126				

A soma dos índices sazonais do modelo aditivo é igual a 0,7083, quando deveria ser zero. Torna-se necessário corrigir os índices, removendo o “excesso”. Como a sazonalidade tem ordem 12, divide-se a soma por 12 obtendo 0,0590. Subtraindo de cada índice este valor:

Janeiro = 7,6875 - 0,0590 = 7,6285

fevereiro = 4,4688 - 0,0590 = 4,4097

março = 4,9896 - 0,0590 = 4,9306

abril = 0,2396 - 0,0590 = 0,1806

maio = 0,7292 - 0,0590 = 0,6701

junho = -1,9896 - 0,0590 = -2,0486

julho = -6,2813 - 0,0590 = -6,3403

agosto = -4,7500 - 0,0590 = -4,8090

setembro = -7,2292 - 0,0590 = -7,2882

outubro = -2,2604 - 0,0590 = -2,3194

novembro = 0,4375 - 0,0590 = 0,3785

dezembro = 4,6667 - 0,0590 = 4,6076

E a soma dos doze índices é virtualmente igual a zero.

Para o modelo multiplicativo a obtenção dos índices sazonais consiste em dividir o consumo pela média móvel centrada de 2 períodos. Posteriormente é preciso encontrar os valores máximo e mínimo, e calcular a média dos índices, sem os extremos, para cada mês. Na tabela abaixo foram suprimidas as colunas do total móvel de 12 períodos e do total móvel centrado de 2 períodos, pois são idênticas às da tabela anterior. Em negrito, há três colunas: uma apresenta os valores máximos do índice de cada mês, outra apresenta os mínimos e a última a média dos índices de cada mês

excluindo os extremos. É importante ressaltar que há 4 valores de índices para cada mês: há 4 janeiros, 4 fevereiros, 4 marços, etc.

Meses	Período	Dias ensolarados	Tendência	MMóvel2c	Índices Sazonais	Máximo	Mínimo	Índices Sazonais
jan/2014	1	16	11,01421			1,86122	1,60000	1,75436
fev/2014	2	15	10,98039			1,48364	1,37705	1,43441
mar/2014	3	13	10,94658			1,56735	1,41818	1,47651
abr/2014	4	7	10,91276			1,08597	0,87449	1,06819
mai/2014	5	8	10,87895			1,16418	0,97166	1,07099
jun/2014	6	7	10,84513			0,94488	0,68293	0,79311
jul/2014	7	5	10,81132	9,333333	0,535714	0,53571	0,27170	0,38605
ago/2014	8	5	10,7775	9,375	0,533333	0,61538	0,45627	0,54148
set/2014	9	3	10,74369	9,458333	0,317181	0,35955	0,20870	0,29813
out/2014	10	8	10,70987	9,666667	0,827586	0,84581	0,65882	0,81232
nov/2014	11	10	10,67606	9,875	1,012658	1,16814	0,95618	1,02807
dez/2014	12	14	10,64224	10,125	1,382716	1,56098	1,38272	1,43650
jan/2015	13	18	10,60843	10,20833	1,763265			
fev/2015	14	14	10,57461	10,16667	1,377049			
mar/2015	15	16	10,5408	10,20833	1,567347			
abr/2015	16	9	10,50698	10,29167	0,874494			
mai/2015	17	11	10,47317	10,41667	1,056			
jun/2015	18	10	10,43935	10,58333	0,944882			
jul/2015	19	4	10,40554	10,75	0,372093			
ago/2015	20	5	10,37172	10,95833	0,456274			
set/2015	21	4	10,33791	11,125	0,359551			
out/2015	22	9	10,30409	11,29167	0,797048			
nov/2015	23	12	10,27028	11,5	1,043478			
dez/2015	24	16	10,23646	11,54167	1,386282			
jan/2016	25	20	10,20265	11,45833	1,745455			
fev/2016	26	17	10,16883	11,45833	1,483636			
mar/2016	27	17	10,13502	11,45833	1,483636			
abr/2016	28	12	10,1012	11,33333	1,058824			
mai/2016	29	13	10,06739	11,16667	1,164179			
jun/2016	30	9	10,03357	11,08333	0,81203			
jul/2016	31	3	9,999759	11,04167	0,271698			
ago/2016	32	6	9,965944	10,91667	0,549618			
set/2016	33	3	9,932129	10,75	0,27907			
out/2016	34	7	9,898314	10,625	0,658824			
nov/2016	35	10	9,864499	10,45833	0,956175			
dez/2016	36	16	9,830684	10,25	1,560976			
jan/2017	37	19	9,79687	10,20833	1,861224			
fev/2017	38	15	9,763055	10,25	1,463415			
mar/2017	39	15	9,72924	10,20833	1,469388			
abr/2017	40	11	9,695425	10,20833	1,077551			
mai/2017	41	10	9,66161	10,29167	0,97166			
jun/2017	42	7	9,627795	10,25	0,682927			
jul/2017	43	4	9,59398	10	0,4			
ago/2017	44	6	9,560165	9,75	0,615385			
set/2017	45	2	9,52635	9,583333	0,208696			
out/2017	46	8	9,492535	9,458333	0,845815			
nov/2017	47	11	9,45872	9,416667	1,168142			
dez/2017	48	14	9,424905	9,416667	1,486726			
jan/2018	49	15	9,39109	9,375	1,6			
fev/2018	50	13	9,357275	9,25	1,405405			

mar/2018	51	13	9,32346	9,166667	1,418182		
abr/2018	52	10	9,289645	9,208333	1,085973		
mai/2018	53	10	9,25583	9,208333	1,085973		
jun/2018	54	7	9,222015	9,041667	0,774194		
jul/2018	55	3	9,1882				
ago/2018	56	4	9,154385				
set/2018	57	2	9,120571				
out/2018	58	9	9,086756				
nov/2018	59	10	9,052941				
dez/2018	60	11	9,019126				

Somando os índices vamos obter 12,1001, indicando que é preciso realizar uma correção. Como a sazonalidade tem ordem 12, subtrai-se a soma de 12 e divide-se o resultado por 12 obtendo 0,00834. Subtraindo este valor de 1, teremos 0,99166, multiplicando este resultado pelos índices obtemos os índices corrigidos:

Observe os valores dos índices sazonais obtidos:

Janeiro 1,7397

Fevereiro 1,4224

Março 1,4642

Abril 1,0593

Mai 1,0621

Junho 0,7865

Julho 0,3828

Agosto 0,5370

Setembro 0,2956

Outubro 0,8055

Novembro 1,0195

Dezembro 1,4245

Há diferenças significativas entre os índices sazonais: durante os meses que poderiam ser considerados como temporada de verão (Dezembro a Março), os índices são pelo menos 40% superiores a 1. Isto significa que o número de dias ensolarados na temporada é pelo menos 40% maior do que a média mensal. Nos outros meses são bem menores, chegando a 0,38 em julho (auge do inverno). Como os meses de temporada são predominantemente ensolarados o grupo hoteleiro deve investir mais em infraestrutura náutica e de esportes ao ar livre.

8) Os gráficos a seguir apresentam os dados referentes à energia elétrica (em milhões de kWh) consumida para iluminação de ruas e estradas nos EUA, de 1992 a 1999. São apresentados os dados originais, os índices sazonais, a série com a sazonalidade removida, e a série apenas com variações cíclicas e irregulares. JUSTIFIQUE suas respostas.

a) O modelo linear (reta) é apropriado para descrever a tendência da série temporal?

Sim, é plenamente possível ajustar uma reta aos dados originais para descrever o comportamento de longo prazo da série.

b) Que providências você recomenda em função da sazonalidade do consumo de energia elétrica?

Analisando o gráfico dos índices sazonais observamos que os maiores valores ocorrem nos meses mais frios do ano (no hemisfério norte): dezembro, janeiro, fevereiro. Do ponto de vista da companhia de energia elétrica as seguintes medidas poderiam ser tomadas:

1) Realizar as manutenções programadas nas outras épocas do ano, em que o consumo é menor e o sistema elétrico é menos exigido.

2) Se a geração de energia exige a utilização de combustíveis, estocá-los em quantidade suficiente para atender ao pico de demanda.

3) Talvez incentivar a aquisição de equipamentos elétricos mais eficientes, ou a troca dos menos eficientes, para reduzir a demanda, reduzindo o risco de sobrecarga do sistema.

c) Você acredita que as variações cíclicas realmente têm influência nos valores da série?

Não se pode esquecer que as variações cíclicas ocorrem com amplitude superior a um ano. Para identificar eventuais variações cíclicas é preciso comparar períodos de 12 meses. Vamos observar a figura a seguir:

Apenas variações cíclicas e irregulares



Os dados englobam 8 anos. NÃO HÁ uma alternância sistemática entre valores maiores e menores ao longo do período. Então conclui-se que as variações cíclicas não têm influência significativa nos valores da série.

9) Os gráficos a seguir apresentam os dados referentes ao número de passageiros transportados por companhias aéreas na América Latina, de 1988 a 1999. São apresentados os dados originais, os índices sazonais, a série com a sazonalidade removida, e a série apenas com variações cíclicas e irregulares. JUSTIFIQUE suas respostas.

a) O modelo linear (reta) é apropriado para descrever a tendência da série temporal?

Sim, é plenamente possível ajustar uma reta aos dados originais para descrever o comportamento de longo prazo da série (ou pelo menos era antes de 11 de setembro de 2001...). Isso pode ser visto no gráfico em que estão os dados originais e a tendência linear, e o gráfico em que a sazonalidade foi removida (este último é bastante similar a uma reta crescente).

b) Que providências você recomenda em função da sazonalidade do número de passageiros?

Talvez porque as companhias voem para os Estados Unidos os meses de junho, julho e agosto são os que apresentam maior número de passageiros transportados (mais de 20% de acréscimo). Do ponto de vista das companhias aéreas as seguintes medidas poderiam ser tomadas:

1) *Tal como no exercício 8, realizar a manutenção das suas aeronaves (ou reforma de suas instalações) em outras épocas do ano em que a demanda seja menor.*

2) *Negociar com os sindicatos de aeronautas e aeroviários em outras épocas do ano, para que a ameaça de uma paralisação no período de maior faturamento não leve a direção a ceder mais do que seria responsável para a saúde financeira.*

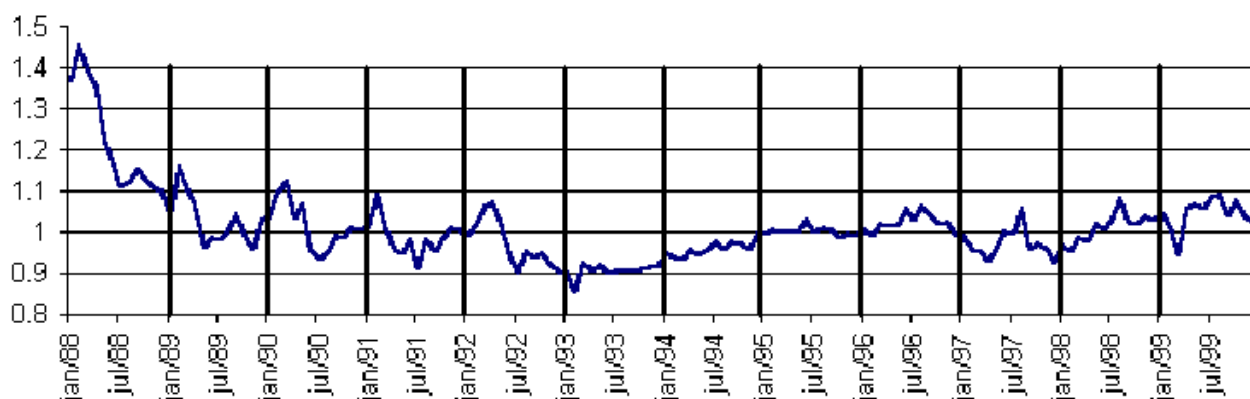
3) *Oferecer tarifas promocionais para outras épocas do ano, de maneira a otimizar a utilização das aeronaves e contribuindo para tornar o faturamento mais uniforme ao longo do ano.*

4) *Se necessário, pôr ou alugar aeronaves extras para atender à demanda no período.*

c) Você acredita que as variações cíclicas realmente têm influência nos valores da série?

Novamente, não se pode esquecer que as variações cíclicas ocorrem com amplitude superior a um ano. Para identificar eventuais variações cíclicas é preciso comparar períodos de 12 meses. Vamos observar a figura a seguir:

Apenas variações Cíclicas e irregulares

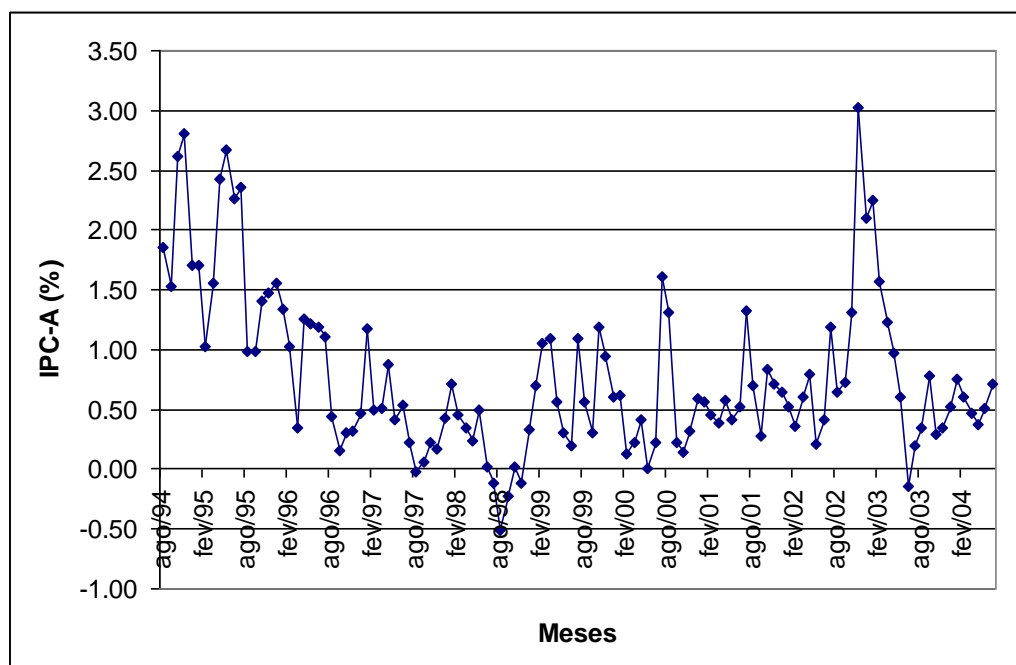


Os dados envolvem 12 anos. Se calculássemos as medianas das variações cíclicas e irregulares para cada a maioria assumiria valores em torno de 1. Somente nos anos de 1993 e 1994, as medianas seriam inferiores a 1, mas próximas, acima de 0,9. Conclui-se então que as variações cíclicas não têm influência significativa sobre a série, por não ser possível identificar uma alternância sistemática entre valores maiores e menores ao longo do período observado.

10) A série a seguir apresenta a variação percentual do IPC-A (Índice de Preços ao Consumidor - Amplo do IBGE), que é utilizado pelo Banco Central para acompanhar as metas de inflação acertadas com o FMI, de agosto de 1994 a junho de 2004. Com base na série resolva os itens a seguir, supondo um modelo multiplicativo.

a) Construa um gráfico de linhas da série. Com base no gráfico é possível ajustar uma reta como tendência da série? JUSTIFIQUE.

Devido à grande quantidade de dados é recomendável resolver este problema usando o Excel. O gráfico da série:



O ajuste de uma reta aos dados, com o intuito de descrever a tendência da série, não parece ser uma boa idéia, pois o seu comportamento parece ser não linear, flutuando ao longo do tempo.

b) Obtenha a tendência da série por médias móveis (não se esqueça que a série é mensal, exigindo ajustes na média móvel). Construa um gráfico com os dados originais e os ajustados. As médias móveis parecem representar adequadamente a tendência da série? JUSTIFIQUE.

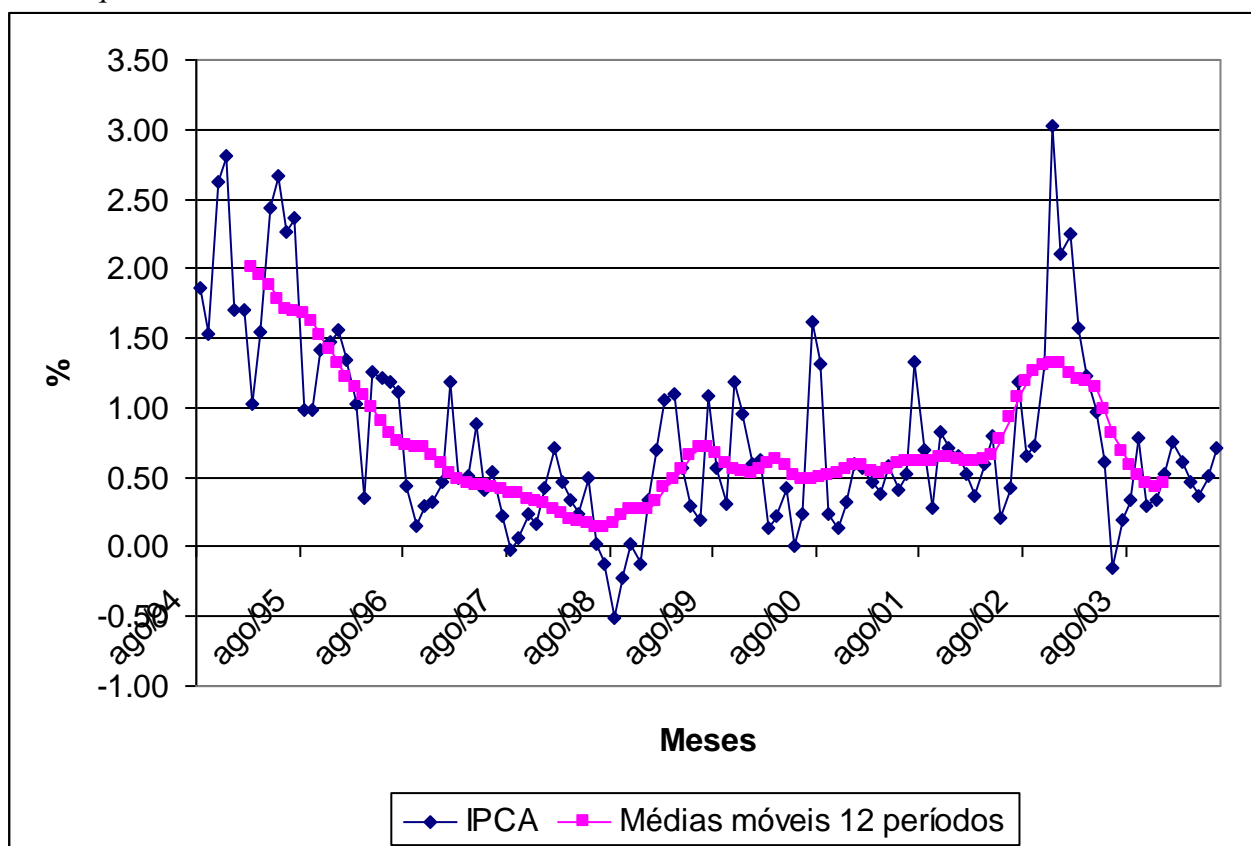
Como a série é mensal precisamos utilizar médias móveis de 12 períodos. Como o número de períodos é par, torna-se indispensável centrar as médias, de maneira semelhante ao que é feito na obtenção dos índices sazonais (ver exercícios 6 e 7). Os resultados estão na tabela a seguir:

Meses	IPCA (%)	Totais móveis de 12 períodos	Totais móveis de 2 períodos (centrados)	Médias móveis de 12 períodos (centradas)
ago/94	1.86			
set/94	1.53			
out/94	2.62			
nov/94	2.81			
dez/94	1.71			
jan/95	1.70			
fev/95	1.02	24.52	48.17	2.01
mar/95	1.55	23.65	46.76	1.95
abr/95	2.43	23.11	45.01	1.88
mai/95	2.67	21.90	42.46	1.77
jun/95	2.26	20.56	40.97	1.71
jul/95	2.36	20.41	40.46	1.69
ago/95	0.99	20.05	40.11	1.67
set/95	0.99	20.06	38.92	1.62
out/95	1.41	18.86	36.55	1.52
nov/95	1.47	17.69	33.93	1.41
dez/95	1.56	16.24	31.41	1.31
jan/96	1.34	15.17	29.09	1.21
fev/96	1.03	13.92	27.29	1.14
mar/96	0.35	13.37	25.90	1.08
abr/96	1.26	12.53	23.95	1.00
mai/96	1.22	11.42	21.69	0.90
jun/96	1.19	10.27	19.45	0.81
jul/96	1.11	9.18	18.20	0.76
ago/96	0.44	9.02	17.51	0.73
set/96	0.15	8.49	17.14	0.71
out/96	0.30	8.65	16.92	0.71
nov/96	0.32	8.27	15.73	0.66
dez/96	0.47	7.46	14.27	0.59
jan/97	1.18	6.81	12.73	0.53
fev/97	0.50	5.92	11.38	0.47
mar/97	0.51	5.46	10.83	0.45
abr/97	0.88	5.37	10.67	0.44
mai/97	0.41	5.30	10.45	0.44
jun/97	0.54	5.15	10.26	0.43
jul/97	0.22	5.11	9.75	0.41
ago/97	-0.02	4.64	9.24	0.39
set/97	0.06	4.60	9.03	0.38
out/97	0.23	4.43	8.22	0.34
nov/97	0.17	3.79	7.67	0.32
dez/97	0.43	3.88	7.24	0.30
jan/98	0.71	3.36	6.38	0.27
fev/98	0.46	3.02	5.55	0.23
mar/98	0.34	2.53	4.78	0.20
abr/98	0.24	2.25	4.29	0.18
mai/98	0.50	2.04	3.79	0.16
jun/98	0.02	1.75	3.40	0.14

Meses	IPCA (%)	Totais móveis de 12 períodos	Totais móveis de 2 períodos (centrados)	Médias móveis de 12 períodos (centradas)
jul/98	-0.12	1.65	3.29	0.14
ago/98	-0.51	1.64	3.87	0.16
set/98	-0.22	2.23	5.22	0.22
out/98	0.02	2.99	6.30	0.26
nov/98	-0.12	3.31	6.42	0.27
dez/98	0.33	3.11	6.39	0.27
jan/99	0.70	3.28	7.77	0.32
fev/99	1.05	4.49	10.05	0.42
mar/99	1.10	5.56	11.65	0.49
abr/99	0.56	6.09	13.35	0.56
mai/99	0.30	7.26	15.59	0.65
jun/99	0.19	8.33	16.93	0.71
jul/99	1.09	8.60	17.12	0.71
ago/99	0.56	8.52	16.12	0.67
set/99	0.31	7.60	14.32	0.60
out/99	1.19	6.72	13.30	0.55
nov/99	0.95	6.58	12.87	0.54
dez/99	0.60	6.29	12.62	0.53
jan/00	0.62	6.33	13.18	0.55
fev/00	0.13	6.85	14.45	0.60
mar/00	0.22	7.60	15.12	0.63
abr/00	0.42	7.52	13.99	0.58
mai/00	0.01	6.47	12.31	0.51
jun/00	0.23	5.84	11.67	0.49
jul/00	1.61	5.83	11.61	0.48
ago/00	1.31	5.78	11.89	0.50
set/00	0.23	6.11	12.38	0.52
out/00	0.14	6.27	12.70	0.53
nov/00	0.32	6.43	13.26	0.55
dez/00	0.59	6.83	13.95	0.58
jan/01	0.57	7.12	13.96	0.58
fev/01	0.46	6.84	13.07	0.54
mar/01	0.38	6.23	12.51	0.52
abr/01	0.58	6.28	13.25	0.55
mai/01	0.41	6.97	14.33	0.60
jun/01	0.52	7.36	14.78	0.62
jul/01	1.33	7.42	14.79	0.62
ago/01	0.70	7.37	14.64	0.61
set/01	0.28	7.27	14.76	0.62
out/01	0.83	7.49	15.20	0.63
nov/01	0.71	7.71	15.22	0.63
dez/01	0.65	7.51	14.92	0.62
jan/02	0.52	7.41	14.68	0.61
fev/02	0.36	7.27	14.49	0.60
mar/02	0.60	7.22	14.88	0.62
abr/02	0.80	7.66	15.80	0.66
mai/02	0.21	8.14	18.59	0.77
jun/02	0.42	10.45	22.35	0.93
jul/02	1.19	11.90	25.53	1.06
ago/02	0.65	13.63	28.47	1.19
set/02	0.72	14.84	30.31	1.26
out/02	1.31	15.47	31.11	1.30
nov/02	3.02	15.64	31.68	1.32

Meses	IPCA (%)	Totais móveis de 12 períodos	Totais móveis de 2 períodos (centrados)	Médias móveis de 12 períodos (centradas)
dez/02	2.10	16.04	31.51	1.31
jan/03	2.25	15.47	29.95	1.25
fev/03	1.57	14.48	28.65	1.19
mar/03	1.23	14.17	28.40	1.18
abr/03	0.97	14.23	27.44	1.14
mai/03	0.61	13.21	23.74	0.99
jun/03	-0.15	10.53	19.48	0.81
jul/03	0.20	8.95	16.41	0.68
ago/03	0.34	7.46	13.96	0.58
set/03	0.78	6.50	12.24	0.51
out/03	0.29	5.74	10.88	0.45
nov/03	0.34	5.14	10.18	0.42
dez/03	0.52	5.04	10.94	0.46
jan/04	0.76	5.90		
fev/04	0.61			
mar/04	0.47			
abr/04	0.37			
mai/04	0.51			
jun/04	0.71			

Para construir um gráfico de linhas com os dados originais e as médias móveis no Excel basta acrescentar a seqüência com as médias móveis ao gráfico apresentado no item a. O gráfico das duas seqüências será:



c) Faça o ajuste exponencial da série, tendo em mente que se deseja obter o comportamento da tendência (flutuação de longo prazo, use $W < 0,1$). Construa um gráfico com os dados originais e os ajustados.

O ajuste exponencial depende do objetivo da análise. No presente caso queremos retratar o comportamento de longo prazo da série, a tendência. Isso exige uma constante de regularização próxima de zero, abaixo de 0,1 como foi sugerido, para "alisar" a série, reduzindo as influências das variações de curto prazo. Decidimos usar $W = 0,05$. Vamos mostrar o procedimento para algumas linhas da tabela:

Para o mês de agosto de 1994 (primeiro período da série), o valor ajustado será o próprio valor do IPC-A naquele mês: $E_{ago/94} = 1,86$.

Para o mês de setembro de 1994, o valor ajustado será:

$$E_{set/94} = 0,05 \times IPC-A_{set/94} + (1-0,05) \times E_{ago/94} = 0,05 \times 1,53 + 0,95 \times 1,86 = 1,84$$

Para o mês de outubro de 1994, o valor ajustado será:

$$E_{out/94} = 0,05 \times IPC-A_{out/94} + (1-0,05) \times E_{set/94} = 0,05 \times 2,62 + 0,95 \times 1,84 = 1,88$$

Para o mês de novembro de 1994, o valor ajustado será:

$$E_{nov/94} = 0,05 \times IPC-A_{nov/94} + (1-0,05) \times E_{out/94} = 0,05 \times 2,81 + 0,95 \times 1,88 = 1,93$$

Para o mês de dezembro de 1994, o valor ajustado será:

$$E_{dez/94} = 0,05 \times IPC-A_{dez/94} + (1-0,05) \times E_{nov/94} = 0,05 \times 1,71 + 0,95 \times 1,93 = 1,92$$

Para o mês de janeiro de 1995, o valor ajustado será:

$$E_{jan/95} = 0,05 \times IPC-A_{jan/95} + (1-0,05) \times E_{dez/94} = 0,05 \times 1,70 + 0,95 \times 1,92 = 1,91$$

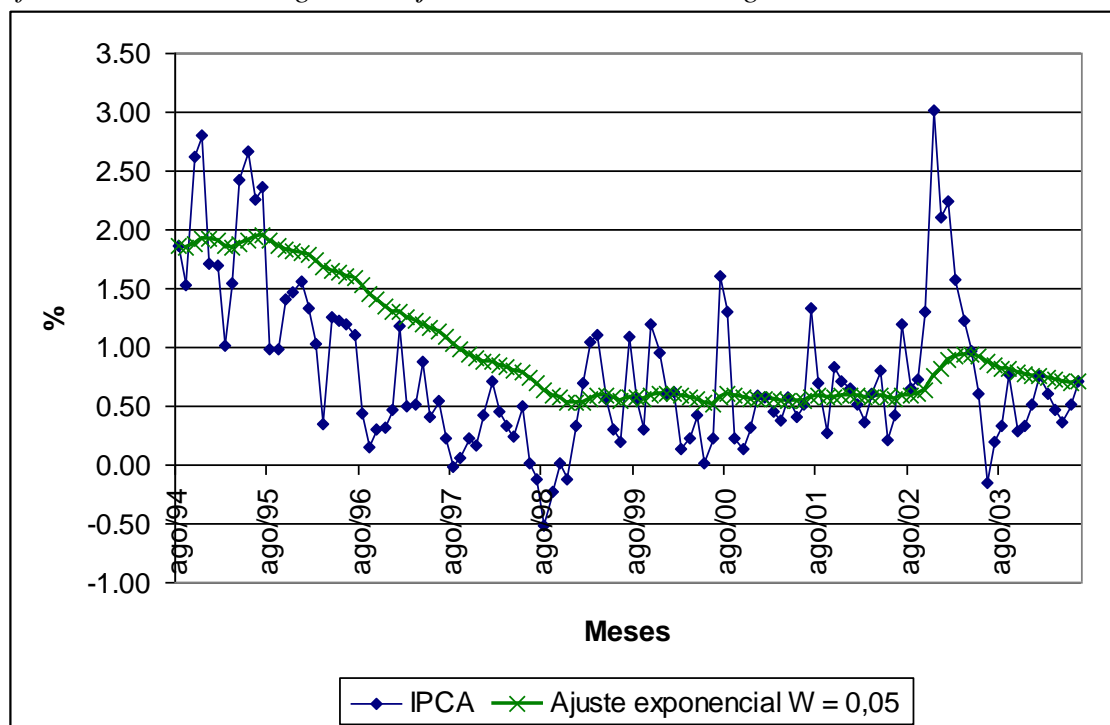
E o procedimento continua até junho de 2004. Os dados completos estão na tabela a seguir:

Meses	IPC-A (%)	Ajuste exponencial com $W = 0,05$
ago/94	1.86	1.86
set/94	1.53	1.84
out/94	2.62	1.88
nov/94	2.81	1.93
dez/94	1.71	1.92
jan/95	1.70	1.91
fev/95	1.02	1.86
mar/95	1.55	1.85
abr/95	2.43	1.88
mai/95	2.67	1.92
jun/95	2.26	1.93
jul/95	2.36	1.95
ago/95	0.99	1.91
set/95	0.99	1.86
out/95	1.41	1.84
nov/95	1.47	1.82
dez/95	1.56	1.81
jan/96	1.34	1.78
fev/96	1.03	1.75
mar/96	0.35	1.68
abr/96	1.26	1.65
mai/96	1.22	1.63
jun/96	1.19	1.61
jul/96	1.11	1.59
ago/96	0.44	1.53
set/96	0.15	1.46
out/96	0.30	1.40
nov/96	0.32	1.35
dez/96	0.47	1.30
jan/97	1.18	1.30
fev/97	0.50	1.26
mar/97	0.51	1.22
abr/97	0.88	1.20

Meses	IPC-A (%)	Ajuste exponencial com W = 0,05
mai/97	0.41	1.16
jun/97	0.54	1.13
jul/97	0.22	1.09
ago/97	-0.02	1.03
set/97	0.06	0.98
out/97	0.23	0.95
nov/97	0.17	0.91
dez/97	0.43	0.88
jan/98	0.71	0.87
fev/98	0.46	0.85
mar/98	0.34	0.83
abr/98	0.24	0.80
mai/98	0.50	0.78
jun/98	0.02	0.75
jul/98	-0.12	0.70
ago/98	-0.51	0.64
set/98	-0.22	0.60
out/98	0.02	0.57
nov/98	-0.12	0.53
dez/98	0.33	0.52
jan/99	0.70	0.53
fev/99	1.05	0.56
mar/99	1.10	0.59
abr/99	0.56	0.58
mai/99	0.30	0.57
jun/99	0.19	0.55
jul/99	1.09	0.58
ago/99	0.56	0.58
set/99	0.31	0.56
out/99	1.19	0.60
nov/99	0.95	0.61
dez/99	0.60	0.61
jan/00	0.62	0.61
fev/00	0.13	0.59
mar/00	0.22	0.57
abr/00	0.42	0.56
mai/00	0.01	0.54
jun/00	0.23	0.52
jul/00	1.61	0.57
ago/00	1.31	0.61
set/00	0.23	0.59
out/00	0.14	0.57
nov/00	0.32	0.56
dez/00	0.59	0.56
jan/01	0.57	0.56
fev/01	0.46	0.55
mar/01	0.38	0.55
abr/01	0.58	0.55
mai/01	0.41	0.54
jun/01	0.52	0.54
jul/01	1.33	0.58
ago/01	0.70	0.59
set/01	0.28	0.57
out/01	0.83	0.58

Meses	IPC-A (%)	Ajuste exponencial com W = 0,05
nov/01	0.71	0.59
dez/01	0.65	0.59
jan/02	0.52	0.59
fev/02	0.36	0.58
mar/02	0.60	0.58
abr/02	0.80	0.59
mai/02	0.21	0.57
jun/02	0.42	0.56
jul/02	1.19	0.59
ago/02	0.65	0.60
set/02	0.72	0.60
out/02	1.31	0.64
nov/02	3.02	0.76
dez/02	2.10	0.82
jan/03	2.25	0.90
fev/03	1.57	0.93
mar/03	1.23	0.94
abr/03	0.97	0.95
mai/03	0.61	0.93
jun/03	-0.15	0.88
jul/03	0.20	0.84
ago/03	0.34	0.82
set/03	0.78	0.81
out/03	0.29	0.79
nov/03	0.34	0.77
dez/03	0.52	0.75
jan/04	0.76	0.75
fev/04	0.61	0.75
mar/04	0.47	0.73
abr/04	0.37	0.71
mai/04	0.51	0.70
jun/04	0.71	0.70

E o gráfico com os dados originais e ajustados encontra-se a seguir:



d) Usando o ajuste exponencial, qual é a previsão do IPC-A para julho de 2004?

A previsão para julho de 2004 é o valor resultante do ajuste exponencial para o mês de junho de 2004, que vale 0,70%. Portanto, prevê-se um aumento de 0,70% no IPC-A no mês de julho de 2004 em relação a junho de 2004.

e) Qual dos procedimentos (médias móveis ou ajuste exponencial) melhor representa a tendência da série? JUSTIFIQUE.

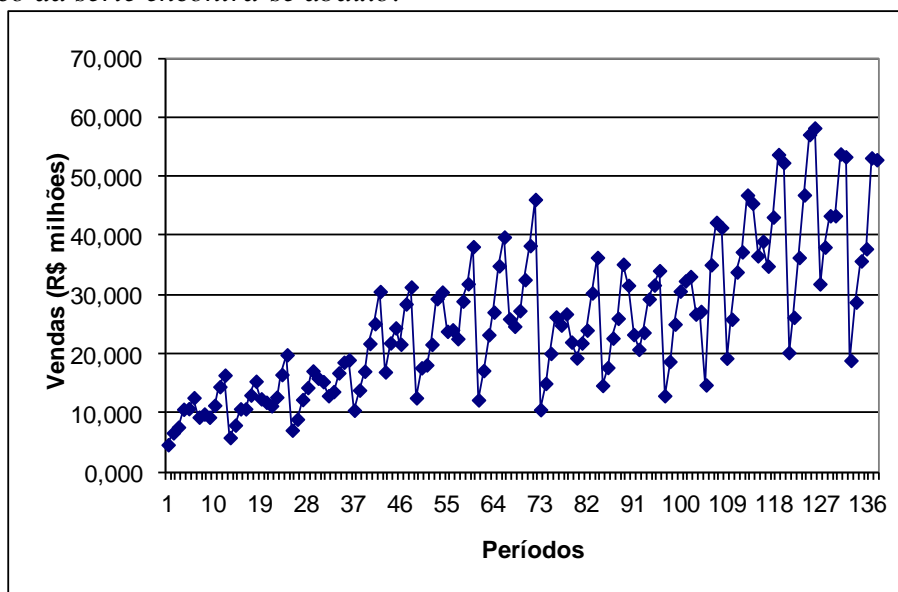
A decisão é um tanto subjetiva, mas lembre-se que a tendência é um comportamento de longo prazo, que deveria ter pouca influência das variações de curto prazo. Observe que as médias móveis seguem os dados originais mais de perto, flutuando mais, enquanto o ajuste exponencial resultou em uma curva mais "alisada", com menos efeito das variações pontuais. Assim, este parece ser o procedimento que melhor representa a tendência da série mensal do IPC-A. Poderíamos calcular as medidas de acuracidade, vistas na seção 4.5.1, mas elas fatalmente indicariam menores erros para as médias móveis, pois estas seguem os dados mais de perto, e nós queremos obter a melhor representação da tendência da série, o que nos faria escolher o ajuste exponencial.

11) A série a seguir apresenta os resultados de vendas contratadas de um grande exportador. Os dados já foram deflacionados, de maneira que as conclusões obtidas da análise da série não serão deturpadas por eventuais flutuações inflacionárias. Com base na série resolva os itens a seguir.

a) Construa um gráfico de linhas da série original.

b) É possível ajustar uma reta à série para caracterizar a tendência? JUSTIFIQUE.

Novamente, devido à grande quantidade de dados é interessante resolver este problema usando o Excel. O gráfico da série encontra-se abaixo:



Observa-se claramente um comportamento crescente na tendência, e o ajuste de uma reta, para descrever a tendência, seria viável. Então é possível o ajuste linear para descrever a tendência.

c) Independente da sua resposta em b encontre os coeficientes da equação da reta de tendência.

Para obter a tendência é preciso obter os coeficientes da reta de mínimos quadrados. E para calcular os coeficientes é preciso obter os seguintes somatórios: Σt , Σt^2 , ΣY e ΣtY . A variável independente (t) será o período (janeiro de 2006 é o período 1, junho de 2017 é o período 138), e Y o próprio valor das vendas. Calculando os somatórios:

$$\Sigma t = 9591 \quad \Sigma t^2 = 885569 \quad \Sigma Y = 3484,127 \quad \Sigma tY = 295163,53$$

$$\text{E os valores dos coeficientes serão: } b = 0,242091 \quad a = 8,421939$$

Para calcular a tendência de janeiro de 2006 a junho de 2017, basta substituir o valor do período correspondente ao mês no lugar de t : $T_{jan.2006} = 0,242091 \times (1) + 8,421939 = 8,664$, por exemplo. Obter os valores da tendência linear para todos os períodos será imprescindível para encontrar as componentes cíclicas e irregulares posteriormente.

d) Faça o ajuste exponencial da série, usando $W = 0,1$ e $W = 0,5$. Plote em um mesmo gráfico a série original e os dois ajustes. Qual dos dois você acredita que é o mais apropriado para descrever a tendência da série? JUSTIFIQUE.

O ajuste exponencial depende do objetivo da análise. No presente caso queremos retratar o comportamento de longo prazo da série, a tendência. Isso exige uma constante de regularização próxima de zero, para "alisar" a série, reduzindo as influências das variações de curto prazo. No presente problema foram sugeridos dois valores: 0,1 e 0,5. Vamos mostrar o procedimento para algumas linhas da tabela, usando $W = 0,5$:

Para o mês de janeiro de 2008 (primeiro período da série), o valor ajustado será o próprio valor das vendas naquele mês: $E_{jan/2008} = 4,612$.

Para o mês de fevereiro de 2008, o valor ajustado será:

$$E_{fev/2008} = 0,5 \times vendas_{fev/2008} + (1-0,5) \times E_{jan/2008} = 0,5 \times 6,621 + 0,5 \times 4,612 = 5,616$$

Para o mês de março de 2008, o valor ajustado será:

$$E_{mar/2008} = 0,5 \times venda_{mar/2008} + (1-0,5) \times E_{fev/2008} = 0,5 \times 7,591 + 0,5 \times 5,616 = 6,604$$

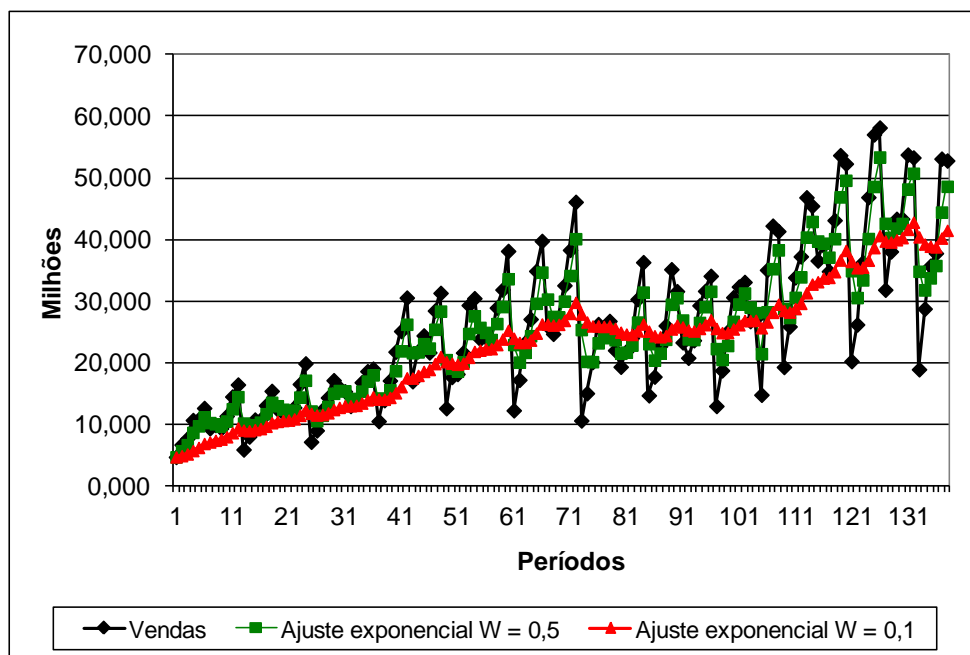
E o procedimento continua até junho de 2019. De forma análoga podemos obter os valores para $W = 0,1$. Os dados completos estão na tabela a seguir:

Meses	Períodos	Vendas (milhões)	Ajuste exponencial $W = 0,5$	Ajuste exponencial $W = 0,1$
jan/2008	1	4,612	4,612	4,612
fev/2008	2	6,621	5,616	4,813
mar/2008	3	7,591	6,604	5,091
abr/2008	4	10,609	8,607	5,642
mai/2008	5	10,718	9,662	6,150
jun/2008	6	12,571	11,117	6,792
jul/2008	7	9,275	10,196	7,040
ago/2008	8	9,804	10,000	7,317
set/2008	9	9,264	9,632	7,511
out/2008	10	11,276	10,454	7,888
nov/2008	11	14,437	12,445	8,543
dez/2008	12	16,384	14,415	9,327
jan/2009	13	5,823	10,119	8,977
fev/2009	14	7,928	9,023	8,872
mar/2009	15	10,684	9,853	9,053
abr/2009	16	10,682	10,268	9,216
mai/2009	17	13,010	11,639	9,595
jun/2009	18	15,348	13,493	10,170
jul/2009	19	12,374	12,934	10,391
ago/2009	20	11,794	12,364	10,531
set/2009	21	11,195	11,779	10,598
out/2009	22	12,662	12,221	10,804
nov/2009	23	16,477	14,349	11,371
dez/2009	24	19,821	17,085	12,216
jan/2010	25	7,076	12,081	11,702
fev/2010	26	8,931	10,506	11,425
mar/2010	27	12,254	11,380	11,508
abr/2010	28	14,282	12,831	11,786
mai/2010	29	17,092	14,961	12,316
jun/2010	30	15,869	15,415	12,671

jul/2010	31	15,281	15,348	12,932
ago/2010	32	12,902	14,125	12,929
set/2010	33	13,604	13,864	12,997
out/2010	34	16,764	15,314	13,374
nov/2010	35	18,564	16,939	13,893
dez/2010	36	18,969	17,954	14,400
jan/2011	37	10,443	14,199	14,005
fev/2011	38	13,847	14,023	13,989
mar/2011	39	17,041	15,532	14,294
abr/2011	40	21,736	18,634	15,038
mai/2011	41	25,090	21,862	16,043
jun/2011	42	30,528	26,195	17,492
jul/2011	43	16,925	21,560	17,435
ago/2011	44	21,826	21,693	17,874
set/2011	45	24,373	23,033	18,524
out/2011	46	21,613	22,323	18,833
nov/2011	47	28,424	25,373	19,792
dez/2011	48	31,292	28,333	20,942
jan/2012	49	12,543	20,438	20,102
fev/2012	50	17,624	19,031	19,854
mar/2012	51	18,110	18,570	19,680
abr/2012	52	21,584	20,077	19,870
mai/2012	53	29,317	24,697	20,815
jun/2012	54	30,433	27,565	21,777
jul/2012	55	23,798	25,682	21,979
ago/2012	56	24,054	24,868	22,186
set/2012	57	22,551	23,709	22,223
out/2012	58	28,900	26,305	22,891
nov/2012	59	31,838	29,071	23,785
dez/2012	60	38,120	33,595	25,219
jan/2013	61	12,194	22,895	23,916
fev/2013	62	17,160	20,027	23,241
mar/2013	63	23,215	21,621	23,238
abr/2013	64	27,043	24,332	23,619
mai/2013	65	34,873	29,603	24,744
jun/2013	66	39,747	34,675	26,244
jul/2013	67	25,902	30,288	26,210
ago/2013	68	24,642	27,465	26,053
set/2013	69	27,289	27,377	26,177
out/2013	70	32,531	29,954	26,812
nov/2013	71	38,293	34,123	27,960
dez/2013	72	46,106	40,115	29,775
jan/2014	73	10,543	25,329	27,852
fev/2014	74	14,980	20,154	26,564
mar/2014	75	20,059	20,107	25,914
abr/2014	76	26,227	23,167	25,945
mai/2014	77	24,850	24,009	25,836
jun/2014	78	26,728	25,369	25,925
jul/2014	79	21,978	23,673	25,530
ago/2014	80	19,285	21,479	24,906
set/2014	81	21,817	21,648	24,597
out/2014	82	23,993	22,820	24,537
nov/2014	83	30,284	26,552	25,111
dez/2014	84	36,294	31,423	26,229
jan/2015	85	14,636	23,030	25,070

fev/2015	86	17,678	20,354	24,331
mar/2015	87	22,641	21,497	24,162
abr/2015	88	25,991	23,744	24,345
mai/2015	89	35,145	29,444	25,425
jun/2015	90	31,573	30,509	26,040
jul/2015	91	23,253	26,881	25,761
ago/2015	92	20,745	23,813	25,259
set/2015	93	23,596	23,705	25,093
out/2015	94	29,271	26,488	25,511
nov/2015	95	31,617	29,053	26,122
dez/2015	96	34,065	31,559	26,916
jan/2016	97	12,900	22,230	25,514
fev/2016	98	18,692	20,461	24,832
mar/2016	99	25,011	22,736	24,850
abr/2016	100	30,594	26,665	25,424
mai/2016	101	32,319	29,492	26,114
jun/2016	102	33,069	31,280	26,809
jul/2016	103	26,711	28,995	26,799
ago/2016	104	27,167	28,081	26,836
set/2016	105	14,726	21,404	25,625
out/2016	106	35,050	28,227	26,568
nov/2016	107	42,232	35,230	28,134
dez/2016	108	41,343	38,286	29,455
jan/2017	109	19,248	28,767	28,434
fev/2017	110	25,839	27,303	28,175
mar/2017	111	33,830	30,566	28,740
abr/2017	112	37,236	33,901	29,590
mai/2017	113	46,844	40,372	31,315
jun/2017	114	45,458	42,915	32,729
jul/2017	115	36,568	39,742	33,113
ago/2017	116	39,024	39,383	33,704
set/2017	117	34,820	37,101	33,816
out/2017	118	43,126	40,113	34,747
nov/2017	119	53,704	46,909	36,643
dez/2017	120	52,323	49,616	38,211
jan/2018	121	20,194	34,905	36,409
fev/2018	122	26,159	30,532	35,384
mar/2018	123	36,281	33,407	35,474
abr/2018	124	46,872	40,139	36,614
mai/2018	125	57,084	48,612	38,661
jun/2018	126	58,197	53,404	40,614
jul/2018	127	31,816	42,610	39,734
ago/2018	128	38,042	40,326	39,565
set/2018	129	43,344	41,835	39,943
out/2018	130	43,353	42,594	40,284
nov/2018	131	53,798	48,196	41,635
dez/2018	132	53,323	50,759	42,804
jan/2019	133	18,871	34,815	40,411
fev/2019	134	28,732	31,774	39,243
mar/2019	135	35,700	33,737	38,889
abr/2019	136	37,759	35,748	38,776
mai/2019	137	53,133	44,441	40,211
jun/2019	138	52,830	48,636	41,473

Construindo o gráfico com as vendas e os resultados dos dois ajustes teremos a seguinte figura:



Como era esperado o ajuste exponencial com $W = 0,5$ acompanha todas as variações das vendas. Contudo, o ajuste exponencial com $W = 0,1$ é mais apropriado para descrever a tendência, pois apresenta menor variabilidade, mostrando melhor o comportamento de longo prazo da série.

e) Supondo um modelo aditivo, encontre os índices sazonais da série pelo método da razão para a média móvel. Há influência da sazonalidade na série? JUSTIFIQUE.

f) Supondo um modelo multiplicativo, encontre os índices sazonais da série pelo método da razão para a média móvel. Há influência da sazonalidade na série? JUSTIFIQUE.

Os dados são mensais, então pode haver influência de variações sazonais (DENTRO do ano).

Para obter os índices sazonais é preciso primeiramente calcular as médias móveis dos valores da série. Como os dados são mensais as médias móveis irão envolver 12 períodos. Como este número de períodos é PAR, os resultados das médias móveis NÃO serão centralizados: ou seja, seus valores serão registrados em períodos que não existem na série original, inviabilizando a obtenção dos índices sazonais. É necessário então centralizar as médias móveis de 12 períodos, calculando médias móveis de 2 períodos, cujos valores serão então registrados em períodos que existem na série original. O procedimento foi apresentado em detalhes nos exercícios 6 e 7, vamos apresentar apenas os resultados COMPLETOS nas tabelas a seguir.

Primeiramente para o modelo aditivo (em negrito, à direita, as médias dos índices sazonais de cada mês):

Meses	Períodos	Vendas	Tendência linear	TM 12	TM 2C	MM 12C	Índices sazonais	Médias dos Índices sazonais
jan/2008	1	4,612	8,664					-12,040
fev/2008	2	6,621	8,906					-7,928
mar/2008	3	7,591	9,148					-3,158
abr/2008	4	10,609	9,390					0,878
mai/2008	5	10,718	9,632					5,918
jun/2008	6	12,571	9,874					6,733
jul/2008	7	9,275	10,117	123,162	247,535	10,314	-1,038	-2,558
ago/2008	8	9,804	10,359	124,373	250,053	10,419	-0,615	-2,204
set/2008	9	9,264	10,601	125,680	254,453	10,602	-1,338	-2,641
out/2008	10	11,276	10,843	128,772	257,618	10,734	0,542	1,873
nov/2008	11	14,437	11,085	128,845	259,983	10,833	3,604	7,167

dez/2008	12	16,384	11,327	131,137	265,052	11,044	5,340	9,433
jan/2009	13	5,823	11,569	133,914	270,928	11,289	-5,466	
fev/2009	14	7,928	11,811	137,013	276,016	11,501	-3,573	
mar/2009	15	10,684	12,053	139,003	279,938	11,664	-0,981	
abr/2009	16	10,682	12,295	140,934	283,254	11,802	-1,120	
mai/2009	17	13,010	12,537	142,320	286,680	11,945	1,065	
jun/2009	18	15,348	12,780	144,360	292,158	12,173	3,175	
jul/2009	19	12,374	13,022	147,798	296,849	12,369	0,006	
ago/2009	20	11,794	13,264	149,051	299,106	12,463	-0,669	
set/2009	21	11,195	13,506	150,055	301,680	12,570	-1,375	
out/2009	22	12,662	13,748	151,625	306,851	12,785	-0,124	
nov/2009	23	16,477	13,990	155,226	314,533	13,106	3,371	
dez/2009	24	19,821	14,232	159,307	319,136	13,297	6,524	
jan/2010	25	7,076	14,474	159,828	322,564	13,440	-6,364	
fev/2010	26	8,931	14,716	162,735	326,579	13,607	-4,676	
mar/2010	27	12,254	14,958	163,844	330,096	13,754	-1,500	
abr/2010	28	14,282	15,201	166,252	336,607	14,025	0,257	
mai/2010	29	17,092	15,443	170,355	342,797	14,283	2,808	
jun/2010	30	15,869	15,685	172,442	344,032	14,335	1,534	
jul/2010	31	15,281	15,927	171,590	346,547	14,439	0,842	
ago/2010	32	12,902	16,169	174,957	354,830	14,785	-1,882	
set/2010	33	13,604	16,411	179,873	364,532	15,189	-1,585	
out/2010	34	16,764	16,653	184,660	376,774	15,699	1,065	
nov/2010	35	18,564	16,895	192,114	392,226	16,343	2,221	
dez/2010	36	18,969	17,137	200,112	414,883	17,287	1,682	
jan/2011	37	10,443	17,379	214,771	431,186	17,966	-7,523	
fev/2011	38	13,847	17,621	216,415	441,754	18,406	-4,559	
mar/2011	39	17,041	17,864	225,338	461,447	19,227	-2,185	
abr/2011	40	21,736	18,106	236,108	477,065	19,878	1,858	
mai/2011	41	25,090	18,348	240,957	491,773	20,491	4,599	
jun/2011	42	30,528	18,590	250,816	513,956	21,415	9,113	
jul/2011	43	16,925	18,832	263,139	528,378	22,016	-5,090	
ago/2011	44	21,826	19,074	265,239	534,254	22,261	-0,435	
set/2011	45	24,373	19,316	269,016	539,100	22,462	1,911	
out/2011	46	21,613	19,558	270,084	540,016	22,501	-0,888	
nov/2011	47	28,424	19,800	269,932	544,091	22,670	5,753	
dez/2011	48	31,292	20,042	274,159	548,223	22,843	8,449	
jan/2012	49	12,543	20,284	274,064	555,000	23,125	-10,582	
fev/2012	50	17,624	20,527	280,937	564,102	23,504	-5,881	
mar/2012	51	18,110	20,769	283,165	564,508	23,521	-5,411	
abr/2012	52	21,584	21,011	281,343	569,973	23,749	-2,165	
mai/2012	53	29,317	21,253	288,630	580,674	24,195	5,122	
jun/2012	54	30,433	21,495	292,044	590,915	24,621	5,811	
jul/2012	55	23,798	21,737	298,872	597,394	24,891	-1,093	
ago/2012	56	24,054	21,979	298,522	596,581	24,858	-0,804	
set/2012	57	22,551	22,221	298,059	601,223	25,051	-2,500	
out/2012	58	28,900	22,463	303,164	611,788	25,491	3,409	
nov/2012	59	31,838	22,705	308,624	622,803	25,950	5,887	
dez/2012	60	38,120	22,947	314,179	637,673	26,570	11,550	
jan/2013	61	12,194	23,190	323,494	649,091	27,045	-14,851	
fev/2013	62	17,160	23,432	325,597	651,783	27,158	-9,998	
mar/2013	63	23,215	23,674	326,185	657,109	27,380	-4,164	
abr/2013	64	27,043	23,916	330,923	665,477	27,728	-0,685	
mai/2013	65	34,873	24,158	334,554	675,562	28,148	6,725	
jun/2013	66	39,747	24,400	341,009	690,003	28,750	10,997	

jul/2013	67	25,902	24,642	348,995	696,338	29,014	-3,112	
ago/2013	68	24,642	24,884	347,344	692,507	28,854	-4,212	
set/2013	69	27,289	25,126	345,163	687,171	28,632	-1,343	
out/2013	70	32,531	25,368	342,007	683,198	28,467	4,064	
nov/2013	71	38,293	25,610	341,191	672,360	28,015	10,278	
dez/2013	72	46,106	25,853	331,168	649,318	27,055	19,051	
jan/2014	73	10,543	26,095	318,150	632,375	26,349	-15,806	
fev/2014	74	14,980	26,337	314,226	623,095	25,962	-10,983	
mar/2014	75	20,059	26,579	308,869	612,266	25,511	-5,452	
abr/2014	76	26,227	26,821	303,397	598,256	24,927	1,300	
mai/2014	77	24,850	27,063	294,859	581,710	24,238	0,613	
jun/2014	78	26,728	27,305	286,851	563,889	23,495	3,233	
jul/2014	79	21,978	27,547	277,038	558,170	23,257	-1,279	
ago/2014	80	19,285	27,789	281,132	564,962	23,540	-4,255	
set/2014	81	21,817	28,031	283,830	570,241	23,760	-1,943	
out/2014	82	23,993	28,273	286,411	572,587	23,858	0,135	
nov/2014	83	30,284	28,516	286,175	582,645	24,277	6,007	
dez/2014	84	36,294	28,758	296,469	597,784	24,908	11,386	
jan/2015	85	14,636	29,000	301,314	603,904	25,163	-10,526	
fev/2015	86	17,678	29,242	302,589	606,639	25,277	-7,599	
mar/2015	87	22,641	29,484	304,049	609,879	25,412	-2,771	
abr/2015	88	25,991	29,726	305,829	616,936	25,706	0,285	
mai/2015	89	35,145	29,968	311,107	623,548	25,981	9,163	
jun/2015	90	31,573	30,210	312,441	622,652	25,944	5,629	
jul/2015	91	23,253	30,452	310,212	618,687	25,779	-2,525	
ago/2015	92	20,745	30,694	308,476	617,965	25,749	-5,003	
set/2015	93	23,596	30,936	309,490	621,350	25,890	-2,293	
out/2015	94	29,271	31,179	311,861	628,324	26,180	3,091	
nov/2015	95	31,617	31,421	316,464	630,101	26,254	5,363	
dez/2015	96	34,065	31,663	313,638	628,771	26,199	7,866	
jan/2016	97	12,900	31,905	315,133	633,724	26,405	-13,505	
fev/2016	98	18,692	32,147	318,591	643,603	26,817	-8,125	
mar/2016	99	25,011	32,389	325,013	641,155	26,715	-1,703	
abr/2016	100	30,594	32,631	316,142	638,063	26,586	4,008	
mai/2016	101	32,319	32,873	321,921	654,457	27,269	5,050	
jun/2016	102	33,069	33,115	332,536	672,351	28,015	5,054	
jul/2016	103	26,711	33,357	339,815	685,977	28,582	-1,872	
ago/2016	104	27,167	33,599	346,162	699,472	29,145	-1,977	
set/2016	105	14,726	33,842	353,309	715,437	29,810	-15,084	
out/2016	106	35,050	34,084	362,127	730,896	30,454	4,596	
nov/2016	107	42,232	34,326	368,769	752,063	31,336	10,896	
dez/2016	108	41,343	34,568	383,294	778,977	32,457	8,886	
jan/2017	109	19,248	34,810	395,683	801,223	33,384	-14,136	
fev/2017	110	25,839	35,052	405,540	822,937	34,289	-8,450	
mar/2017	111	33,830	35,294	417,397	854,887	35,620	-1,791	
abr/2017	112	37,236	35,536	437,491	883,058	36,794	0,442	
mai/2017	113	46,844	35,778	445,567	902,606	37,609	9,235	
jun/2017	114	45,458	36,020	457,039	925,057	38,544	6,914	
jul/2017	115	36,568	36,262	468,018	936,982	39,041	-2,473	
ago/2017	116	39,024	36,505	468,964	938,248	39,094	-0,070	
set/2017	117	34,820	36,747	469,284	941,019	39,209	-4,389	
out/2017	118	43,126	36,989	471,736	953,108	39,713	3,413	
nov/2017	119	53,704	37,231	481,372	972,985	40,541	13,163	
dez/2017	120	52,323	37,473	491,613	995,964	41,499	10,824	
jan/2018	121	20,194	37,715	504,352	1003,952	41,831	-21,637	

fev/2018	122	26,159	37,957	499,600	998,218	41,592	-15,434	
mar/2018	123	36,281	38,199	498,618	1005,761	41,907	-5,625	
abr/2018	124	46,872	38,441	507,142	1014,512	42,271	4,601	
mai/2018	125	57,084	38,683	507,369	1014,833	42,285	14,800	
jun/2018	126	58,197	38,925	507,463	1015,927	42,330	15,867	
jul/2018	127	31,816	39,168	508,463	1015,604	42,317	-10,501	
ago/2018	128	38,042	39,410	507,141	1016,855	42,369	-4,327	
set/2018	129	43,344	39,652	509,714	1018,846	42,452	0,892	
out/2018	130	43,353	39,894	509,132	1009,151	42,048	1,305	
nov/2018	131	53,798	40,136	500,019	996,088	41,504	12,295	
dez/2018	132	53,323	40,378	496,068	986,770	41,115	12,207	
jan/2019	133	18,871	40,620	490,702				
fev/2019	134	28,732	40,862					
mar/2019	135	35,700	41,104					
abr/2019	136	37,759	41,346					
mai/2019	137	53,133	41,588					
jun/2019	138	52,830	41,831					

A soma dos índices sazonais do modelo aditivo é igual a 1,474, quando deveria ser zero. Torna-se necessário corrigir os índices, removendo o “excesso”. Como a sazonalidade tem ordem 12, divide-se a soma por 12 obtendo 0,123. Subtraindo de cada índice este valor:

janeiro	=	-12,040	-0,123	=-12,162
fevereiro	=	-7,928	-0,123	=-8,051
março	=	-3,158	-0,123	=-3,281
abril	=	0,878	-0,123	=0,755
maio	=	5,918	-0,123	=5,795
junho	=	6,733	-0,123	=6,610
julho	=	-2,558	-0,123	=-2,681
agosto	=	-2,204	-0,123	=-2,327
setembro	=	-2,641	-0,123	=-2,764
outubro	=	1,873	-0,123	=1,751
novembro	=	7,167	-0,123	=7,044
dezembro	=	9,433	-0,123	=9,310

Há diferenças significativas entre os índices sazonais: durante os meses de janeiro, fevereiro, março e setembro as vendas chegam a cair até 12 milhões. Nos meses de maio, junho, novembro e dezembro, todavia, chegam a sofrer aumentos de até 9,3 milhões. Tal comportamento caracteriza claramente a influência de sazonalidade na série.

E a soma dos doze índices é virtualmente igual a zero.

Para o modelo multiplicativo a obtenção dos índices sazonais consiste em dividir o consumo pela média móvel centrada de 2 períodos. Posteriormente é preciso encontrar os valores máximo e mínimo, e calcular a média dos índices, sem os extremos, para cada mês. Na tabela abaixo foram suprimidas as colunas do total móvel de 12 períodos e do total móvel centrado de 2 períodos, pois são idênticas às da tabela anterior. Em negrito, há três colunas: uma apresenta os valores máximos do índice de cada mês, outra apresenta os mínimos e a última a média dos índices de cada mês excluindo os extremos. É importante ressaltar que há 11 valores de índices para os meses de julho a janeiro e 10 para os meses de fevereiro a junho.

Meses	Períodos	Vendas	Tendência linear	MM 12C	Índices sazonais	Máximo	Mínimo	Índices sazonais
jan/2008	1	4,612	9,110			0,582	0,400	0,5206
fev/2008	2	6,621	9,342			0,754	0,577	0,6881
mar/2008	3	7,591	9,574			0,950	0,770	0,8775
abr/2008	4	10,609	9,805			1,151	0,905	1,0225
mai/2008	5	10,718	10,037			1,353	1,025	1,2177
jun/2008	6	12,571	10,269			1,426	1,107	1,2461
jul/2008	7	9,275	10,501	10,314	0,899	1,058	0,752	0,9151
ago/2008	8	9,804	10,733	10,419	0,941	0,998	0,806	0,9124
set/2008	9	9,264	10,965	10,602	0,874	1,085	0,494	0,9169
out/2008	10	11,276	11,197	10,734	1,051	1,151	0,961	1,0695

nov/2008	11	14,437	11,428	10,833	1,333	1,367	1,136	1,2768
dez/2008	12	16,384	11,660	11,044	1,484	1,704	1,097	1,3742
jan/2009	13	5,823	11,892	11,289	0,516			
fev/2009	14	7,928	12,124	11,501	0,689			
mar/2009	15	10,684	12,356	11,664	0,916			
abr/2009	16	10,682	12,588	11,802	0,905			
mai/2009	17	13,010	12,820	11,945	1,089			
jun/2009	18	15,348	13,051	12,173	1,261			
jul/2009	19	12,374	13,283	12,369	1,000			
ago/2009	20	11,794	13,515	12,463	0,946			
set/2009	21	11,195	13,747	12,570	0,891			
out/2009	22	12,662	13,979	12,785	0,990			
nov/2009	23	16,477	14,211	13,106	1,257			
dez/2009	24	19,821	14,443	13,297	1,491			
jan/2010	25	7,076	14,674	13,440	0,527			
fev/2010	26	8,931	14,906	13,607	0,656			
mar/2010	27	12,254	15,138	13,754	0,891			
abr/2010	28	14,282	15,370	14,025	1,018			
mai/2010	29	17,092	15,602	14,283	1,197			
jun/2010	30	15,869	15,834	14,335	1,107			
jul/2010	31	15,281	16,066	14,439	1,058			
ago/2010	32	12,902	16,297	14,785	0,873			
set/2010	33	13,604	16,529	15,189	0,896			
out/2010	34	16,764	16,761	15,699	1,068			
nov/2010	35	18,564	16,993	16,343	1,136			
dez/2010	36	18,969	17,225	17,287	1,097			
jan/2011	37	10,443	17,457	17,966	0,581			
fev/2011	38	13,847	17,689	18,406	0,752			
mar/2011	39	17,041	17,920	19,227	0,886			
abr/2011	40	21,736	18,152	19,878	1,093			
mai/2011	41	25,090	18,384	20,491	1,224			
jun/2011	42	30,528	18,616	21,415	1,426			
jul/2011	43	16,925	18,848	22,016	0,769			
ago/2011	44	21,826	19,080	22,261	0,980			
set/2011	45	24,373	19,312	22,462	1,085			
out/2011	46	21,613	19,543	22,501	0,961			
nov/2011	47	28,424	19,775	22,670	1,254			
dez/2011	48	31,292	20,007	22,843	1,370			
jan/2012	49	12,543	20,239	23,125	0,542			
fev/2012	50	17,624	20,471	23,504	0,750			
mar/2012	51	18,110	20,703	23,521	0,770			
abr/2012	52	21,584	20,935	23,749	0,909			
mai/2012	53	29,317	21,166	24,195	1,212			
jun/2012	54	30,433	21,398	24,621	1,236			
jul/2012	55	23,798	21,630	24,891	0,956			
ago/2012	56	24,054	21,862	24,858	0,968			
set/2012	57	22,551	22,094	25,051	0,900			
out/2012	58	28,900	22,326	25,491	1,134			
nov/2012	59	31,838	22,558	25,950	1,227			
dez/2012	60	38,120	22,789	26,570	1,435			
jan/2013	61	12,194	23,021	27,045	0,451			
fev/2013	62	17,160	23,253	27,158	0,632			
mar/2013	63	23,215	23,485	27,380	0,848			
abr/2013	64	27,043	23,717	27,728	0,975			
mai/2013	65	34,873	23,949	28,148	1,239			

jun/2013	66	39,747	24,181	28,750	1,382			
jul/2013	67	25,902	24,412	29,014	0,893			
ago/2013	68	24,642	24,644	28,854	0,854			
set/2013	69	27,289	24,876	28,632	0,953			
out/2013	70	32,531	25,108	28,467	1,143			
nov/2013	71	38,293	25,340	28,015	1,367			
dez/2013	72	46,106	25,572	27,055	1,704			
jan/2014	73	10,543	25,804	26,349	0,400			
fev/2014	74	14,980	26,035	25,962	0,577			
mar/2014	75	20,059	26,267	25,511	0,786			
abr/2014	76	26,227	26,499	24,927	1,052			
mai/2014	77	24,850	26,731	24,238	1,025			
jun/2014	78	26,728	26,963	23,495	1,138			
jul/2014	79	21,978	27,195	23,257	0,945			
ago/2014	80	19,285	27,427	23,540	0,819			
set/2014	81	21,817	27,658	23,760	0,918			
out/2014	82	23,993	27,890	23,858	1,006			
nov/2014	83	30,284	28,122	24,277	1,247			
dez/2014	84	36,294	28,354	24,908	1,457			
jan/2015	85	14,636	28,586	25,163	0,582			
fev/2015	86	17,678	28,818	25,277	0,699			
mar/2015	87	22,641	29,050	25,412	0,891			
abr/2015	88	25,991	29,281	25,706	1,011			
mai/2015	89	35,145	29,513	25,981	1,353			
jun/2015	90	31,573	29,745	25,944	1,217			
jul/2015	91	23,253	29,977	25,779	0,902			
ago/2015	92	20,745	30,209	25,749	0,806			
set/2015	93	23,596	30,441	25,890	0,911			
out/2015	94	29,271	30,673	26,180	1,118			
nov/2015	95	31,617	30,904	26,254	1,204			
dez/2015	96	34,065	31,136	26,199	1,300			
jan/2016	97	12,900	31,368	26,405	0,489			
fev/2016	98	18,692	31,600	26,817	0,697			
mar/2016	99	25,011	31,832	26,715	0,936			
abr/2016	100	30,594	32,064	26,586	1,151			
mai/2016	101	32,319	32,296	27,269	1,185			
jun/2016	102	33,069	32,527	28,015	1,180			
jul/2016	103	26,711	32,759	28,582	0,935			
ago/2016	104	27,167	32,991	29,145	0,932			
set/2016	105	14,726	33,223	29,810	0,494			
out/2016	106	35,050	33,455	30,454	1,151			
nov/2016	107	42,232	33,687	31,336	1,348			
dez/2016	108	41,343	33,918	32,457	1,274			
jan/2017	109	19,248	34,150	33,384	0,577			
fev/2017	110	25,839	34,382	34,289	0,754			
mar/2017	111	33,830	34,614	35,620	0,950			
abr/2017	112	37,236	34,846	36,794	1,012			
mai/2017	113	46,844	35,078	37,609	1,246			
jun/2017	114	45,458	35,310	38,544	1,179			
jul/2017	115	36,568	35,541	39,041	0,937			
ago/2017	116	39,024	35,773	39,094	0,998			
set/2017	117	34,820	36,005	39,209	0,888			
out/2017	118	43,126	36,237	39,713	1,086			
nov/2017	119	53,704	36,469	40,541	1,325			
dez/2017	120	52,323	36,701	41,499	1,261			

jan/2018	121	20,194	36,933	41,831	0,483			
fev/2018	122	26,159	37,164	41,592	0,629			
mar/2018	123	36,281	37,396	41,907	0,866			
abr/2018	124	46,872	37,628	42,271	1,109			
mai/2018	125	57,084	37,860	42,285	1,350			
jun/2018	126	58,197	38,092	42,330	1,375			
jul/2018	127	31,816	38,324	42,317	0,752			
ago/2018	128	38,042	38,556	42,369	0,898			
set/2018	129	43,344	38,787	42,452	1,021			
out/2018	130	43,353	39,019	42,048	1,031			
nov/2018	131	53,798	39,251	41,504	1,296			
dez/2018	132	53,323	39,483	41,115	1,297			
jan/2019	133	18,871	39,715	41,300	0,899			
fev/2019	134	28,732	39,947					
mar/2019	135	35,700	40,179					
abr/2019	136	37,759	40,410					
mai/2019	137	53,133	40,642					
jun/2019	138	52,830	40,874					

Somando os índices vamos obter 12,037, indicando que é preciso realizar uma correção. Como a sazonalidade tem ordem 12, subtrai-se a soma de 12 e divide-se o resultado por 12 obtendo 0,0031. Subtraindo este valor de 1, teremos 0,9969 multiplicando este resultado pelos índices obtemos os índices corrigidos:

Janeiro	0,5190	Há diferenças <u>significativas</u> entre os índices sazonais: durante os
fevereiro	0,6860	meses de janeiro, fevereiro, março e setembro os índices chegam a
março	0,8748	pelo menos 10% abaixo da média mensal (48% abaixo em janeiro).
abril	1,0193	Nos meses de maio, junho, novembro e dezembro, todavia, chegam a
maio	1,2139	ser no mínimo 20% superiores à média mensal. Tal comportamento
junho	1,2422	caracteriza claramente a influência de sazonalidade na série.
julho	0,9122	
agosto	0,9095	
setembro	0,9140	
outubro	1,0662	
novembro	1,2728	
dezembro	1,3699	

g) Supondo um modelo aditivo, encontre as variações cíclicas e irregulares da série. Faça um gráfico dessas componentes. Com base neste gráfico há influência de ciclos na série? JUSTIFIQUE.

h) Supondo um modelo multiplicativo, encontre as variações cíclicas e irregulares da série. Faça um gráfico dessas componentes. Com base neste gráfico há influência de ciclos na série? JUSTIFIQUE.

Em um modelo aditivo somam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta subtrair do valor da série a tendência e o índice sazonal correspondente ao mês: $CI_{jan.2008} = Y_{jan.2008} - T_{jan.2008} - S_{janeiro}$. Já em um modelo multiplicativo multiplicam-se os valores das componentes para obter o valor da série (Y). Para obter as variações cíclicas e irregulares basta dividir o valor da série pela tendência e pelo índice sazonal correspondente ao mês: $CI_{jan.2008} = Y_{jan.2008} / (T_{jan.2008} \times S_{janeiro})$.

O nosso problema é escolher qual tendência usar: a linear (com a equação obtida no item c) ou a obtida com o ajuste exponencial para $W = 0,1$ do item d. O modelo linear é mais simples, e é tão bom quanto o outro (neste caso), por isso resolvemos usá-lo para ambos os modelos.

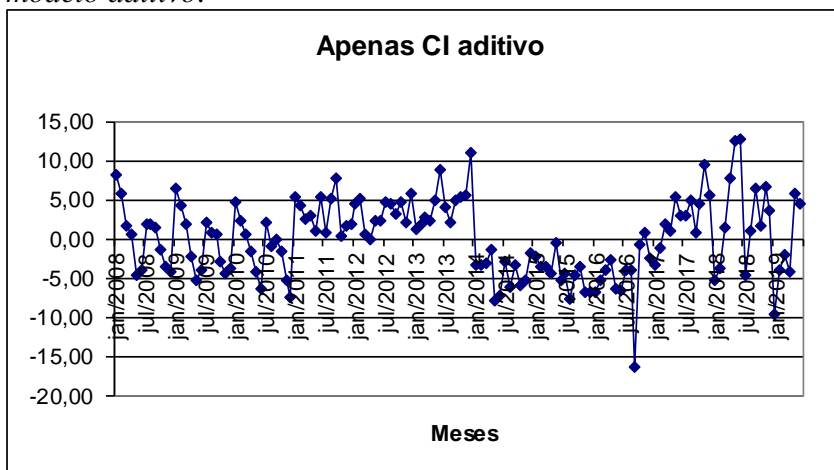
Para o modelo aditivo o valor das variações cíclicas e irregulares no mês de janeiro de 2008 será então: $CI_{jan.2008} = Y_{jan.2008} - T_{jan.2008} - S_{janeiro} = 4,612 - 8,664 - (-12,162) = 8,110$.

Pelo modelo multiplicativo o valor das variações cíclicas e irregulares no mês de janeiro de 2008 será então: $CI_{jan.2008} = Y_{jan.2008} / (T_{jan.2008} \times S_{janeiro}) = 4,612 / (8,664 \times 0,5190) = 1,0257$

Observe os resultados completos na tabela a seguir:

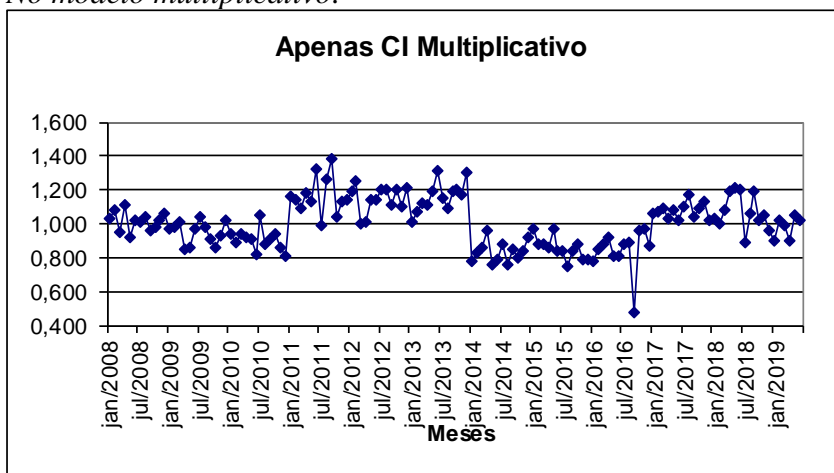
Apenas CI aditivo	Apenas CI multiplicativo
8,110	1,0257
5,765	1,0837
1,724	0,9486
0,464	1,1084
-4,710	0,9166
-3,913	1,0249
1,840	1,0051
1,773	1,0406
1,427	0,9561
-1,317	0,9754
-3,693	1,0232
-4,254	1,0559
6,416	0,9698
4,167	0,9785
1,911	1,0132
-2,369	0,8523
-5,323	0,8548
-4,042	0,9668
2,033	1,0417
0,857	0,9776
0,453	0,9069
-2,837	0,8638
-4,558	0,9253
-3,721	1,0167
4,765	0,9420
2,266	0,8847
0,577	0,9364
-1,673	0,9218
-4,146	0,9117
-6,425	0,8145
2,035	1,0518
-0,939	0,8773
-0,044	0,9069
-1,639	0,9442
-5,375	0,8633
-7,478	0,8080
5,227	1,1579
4,276	1,1455
2,459	1,0905
2,875	1,1778
0,947	1,1265
5,329	1,3220
0,774	0,9853
5,079	1,2581
7,821	1,3805
0,304	1,0364
1,579	1,1279
1,939	1,1397
4,421	1,1915
5,148	1,2516

Para uma melhor avaliação do problema é preciso observar os gráficos das variações cíclicas e irregulares. Primeiramente o modelo aditivo:



Não se pode esquecer que as variações cíclicas ocorrem com amplitude superior a um ano. Para identificar eventuais variações cíclicas é preciso comparar períodos de 12 meses. Nos primeiros anos da série (2008 a 2010) torna-se difícil identificar ciclos, pois há grande flutuação nos valores, indicando talvez que a componente irregular suplantou a influência cíclica neste primeiro período, ao menos no modelo aditivo. A partir de 2011, porém, pode-se observar a alternância sistemática entre valores maiores e menores do que zero, por mais de 1 ano.

No modelo multiplicativo:



A visualização é mais clara. De 2008 a 2010 os valores estão próximos ou abaixo de 1, a partir de 2011 (até 2013) permanecem predominantemente acima de 1, de 2014 a 2016 abaixo de 1 de novo, e finalmente de 2017 em diante acima de 1. Temos, então que obter valores que representem os períodos de alta e baixa em cada modelo: alta (janeiro de 2011 a dezembro de 2013; janeiro de 2017 em diante) e baixa (janeiro de 2008 a dezembro de 2010; janeiro de 2014 a dezembro de 2016).

0,623	0,9968
-0,182	1,0078
2,269	1,1364
2,328	1,1398
4,742	1,2002
4,402	1,2033
3,094	1,1103
4,686	1,2067
2,088	1,1017
5,862	1,2126
1,167	1,0132
1,779	1,0676
2,823	1,1210
2,372	1,1093
4,920	1,1892
8,737	1,3114
3,941	1,1523
2,085	1,0888
4,926	1,1882
5,412	1,2027
5,638	1,1747
10,943	1,3019
-3,389	0,7785
-3,306	0,8291
-3,238	0,8627
-1,349	0,9593
-8,008	0,7564
-7,187	0,7880
-2,889	0,8746
-6,177	0,7630
-3,451	0,8515
-6,031	0,7959
-5,276	0,8344
-1,775	0,9213
-2,201	0,9725
-3,513	0,8813
-3,562	0,8778
-4,490	0,8578
-0,619	0,9661
-5,247	0,8414
-4,518	0,8371
-7,622	0,7431
-4,576	0,8345
-3,658	0,8805
-6,848	0,7906
-6,909	0,7854
-6,842	0,7791
-5,404	0,8476
-4,096	0,8827
-2,792	0,9198
-6,350	0,8099
-6,656	0,8039
-3,966	0,8778
-4,105	0,8890
-16,352	0,4761

Para fazer a recomposição da série devemos representar os ciclos de alta e baixa por um valor único, que englobe as medidas de todos os anos de alta e baixa, para os modelos aditivo e multiplicativo. Como o próprio nome diz os valores de CI incluem ciclos E irregulares: para evitar que algum valor irregular discrepante distorça os valores dos ciclos usa-se a mediana dos CI.

Calculando a mediana dos valores de CI de janeiro de 2011 a dezembro de 2013 e de janeiro de 2017 a junho de 2019 obtemos:

CI aditivo alta = 2,931

CI multiplicativo alta = 1,1074

Calculando a mediana dos valores de CI de janeiro de 2008 a dezembro de 2010 e de janeiro de 2014 a dezembro de 2016 obtemos:

CI aditivo baixa = -3,420

CI multiplicativo baixa = 0,8869

Então, ao fazer a recomposição da série nos períodos de alta devemos usar CI igual a 2,931 (aditivo) e 1,1074 (multiplicativo), e nos períodos de baixa -3,420 (aditivo) e 0,8869 (multiplicativo).

Como há influência de ciclos na série eles precisarão ser incluídos na previsão. E para que a previsão seja o melhor possível, devemos usar a mediana do ÚLTIMO período completo de alta ou de baixa. Para alta: como o último período de alta ainda não acabou (vai de janeiro de 2017 a dezembro de 2019), calcularemos a mediana dos CI de janeiro de 2011 a dezembro de 2013. Para baixa: o último período completo de baixa foi de janeiro de 2014 a dezembro de 2016, então calcularemos a mediana dos CI para este período.

CI aditivo alta = 3,517

CI multiplicativo alta = 1,1489

CI aditivo baixa = -4,101

CI multiplicativo baixa = 0,8496

-0,785	0,9645
0,862	0,9666
-2,535	0,8731
-3,399	1,0655
-1,163	1,0746
1,817	1,0957
0,944	1,0280
5,270	1,0786
2,827	1,0160
2,986	1,1055
4,847	1,1753
0,837	1,0367
4,386	1,0935
9,429	1,1333
5,539	1,0193
-5,359	1,0317
-3,748	1,0046
1,364	1,0857
7,675	1,1962
12,606	1,2156
12,662	1,2036
-4,671	0,8905
0,960	1,0613
6,456	1,1959
1,708	1,0192
6,618	1,0531
3,634	0,9640
-9,586	0,8952
-4,080	1,0250
-2,123	0,9928
-4,342	0,8959
5,750	1,0525
4,390	1,0167

i) Faça a recomposição da série usando as componentes que julgar adequadas, tanto pelo modelo aditivo quanto multiplicativo. Qual dos dois deveria ser usado para previsões futuras? JUSTIFIQUE sua resposta.

Em ambos será usada a mesma equação de tendência obtida na letra c, e cujos valores de 2008 a 2019 estão nas tabelas mostradas nas letras e e f. Concluiu-se nas letras e e f que há influência sazonal na série, e nas letras g e h que há influência de ciclos na série. Então, ao realizar a recomposição devemos levar em conta tendência, índices sazonais e ciclos. Devemos fazer isso para os dois modelos, estimando os valores da série, calcular os erros (diferença entre os valores originais e os estimados pelos modelos), valores absolutos dos erros, quadrados dos erros e erros divididos pelos valores originais da série. Com estes valores disponíveis, posteriormente calcular as medidas de acuracidade. Os valores de CI

Pelo modelo aditivo a recomposição do mês de janeiro de 2008, lembrando que de 2008 a 2011 é um ciclo de baixa:

$$\text{Vendas}_{\text{jan}/2008} = (0,242091 \times (\text{período}_{\text{jan}/2008}) + 8,421939) + \text{Índice sazonal}_{\text{janeiro}} + CI_{\text{baixa aditivo}}$$

$$\text{Vendas}_{\text{jan}/2008} = 8,664 - 13,028 - 3,420 = -6,918$$

Pelo modelo multiplicativo a recomposição do mês de janeiro de 2006:

$$\text{Vendas}_{\text{jan}/2008} = (0,242091 \times (\text{período}_{\text{jan}/2008}) + 8,421939) \times \text{Índice sazonal}_{\text{janeiro}} \times CI_{\text{baixa multiplicativo}}$$

$$\text{Vendas}_{\text{jan}/2008} = 8,664 \times 0,5190 \times 0,887 = 3,998$$

Os resultados completos, primeiro para o modelo aditivo, onde $e_t = \text{vendas} - \hat{Y}$ (a série de vendas está disponível em tabelas anteriores):

Mês	T	S	C	$\hat{Y} = T+S+C$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$(e_t / Y_t) \times 100$	$ (e_t / Y_t) \times 100 $
jan/2008	8,664	-12,162	-3,420	-6,918	11,530	11,530	132,945	250,016	250,016
fev/2008	8,906	-8,051	-3,420	-2,564	9,185	9,185	84,366	138,734	138,734
mar/2008	9,148	-3,281	-3,420	2,447	5,144	5,144	26,464	67,766	67,766
abr/2008	9,390	0,755	-3,420	6,726	3,884	3,884	15,084	36,608	36,608
mai/2008	9,632	5,795	-3,420	12,008	-1,290	1,290	1,663	-12,034	12,034
jun/2008	9,874	6,610	-3,420	13,064	-0,493	0,493	0,243	-3,925	3,925
jul/2008	10,117	-2,681	-3,420	4,016	5,260	5,260	27,663	56,704	56,704
ago/2008	10,359	-2,327	-3,420	4,611	5,193	5,193	26,963	52,964	52,964
set/2008	10,601	-2,764	-3,420	4,417	4,847	4,847	23,491	52,319	52,319
out/2008	10,843	1,751	-3,420	9,173	2,103	2,103	4,422	18,649	18,649
nov/2008	11,085	7,044	-3,420	14,709	-0,273	0,273	0,074	-1,888	1,888
dez/2008	11,327	9,310	-3,420	17,217	-0,834	0,834	0,695	-5,088	5,088
jan/2009	11,569	-12,162	-3,420	-4,013	9,836	9,836	96,751	168,923	168,923
fev/2009	11,811	-8,051	-3,420	0,341	7,587	7,587	57,564	95,703	95,703
mar/2009	12,053	-3,281	-3,420	5,352	5,331	5,331	28,424	49,903	49,903
abr/2009	12,295	0,755	-3,420	9,631	1,051	1,051	1,106	9,843	9,843
mai/2009	12,537	5,795	-3,420	14,913	-1,903	1,903	3,620	-14,624	14,624
jun/2009	12,780	6,610	-3,420	15,969	-0,622	0,622	0,386	-4,051	4,051
jul/2009	13,022	-2,681	-3,420	6,921	5,453	5,453	29,740	44,070	44,070
ago/2009	13,264	-2,327	-3,420	7,516	4,277	4,277	18,296	36,268	36,268
set/2009	13,506	-2,764	-3,420	7,322	3,873	3,873	14,999	34,594	34,594
out/2009	13,748	1,751	-3,420	12,079	0,583	0,583	0,340	4,607	4,607
nov/2009	13,990	7,044	-3,420	17,614	-1,138	1,138	1,294	-6,904	6,904
dez/2009	14,232	9,310	-3,420	20,123	-0,301	0,301	0,091	-1,519	1,519
jan/2010	14,474	-12,162	-3,420	-1,108	8,185	8,185	66,987	115,661	115,661
fev/2010	14,716	-8,051	-3,420	3,246	5,686	5,686	32,325	63,659	63,659
mar/2010	14,958	-3,281	-3,420	8,257	3,997	3,997	15,976	32,618	32,618
abr/2010	15,201	0,755	-3,420	12,536	1,747	1,747	3,051	12,230	12,230
mai/2010	15,443	5,795	-3,420	17,818	-0,726	0,726	0,527	-4,249	4,249
jun/2010	15,685	6,610	-3,420	18,875	-3,005	3,005	9,032	-18,939	18,939
jul/2010	15,927	-2,681	-3,420	9,826	5,455	5,455	29,761	35,699	35,699
ago/2010	16,169	-2,327	-3,420	10,422	2,481	2,481	6,153	19,226	19,226
set/2010	16,411	-2,764	-3,420	10,227	3,376	3,376	11,399	24,819	24,819
out/2010	16,653	1,751	-3,420	14,984	1,781	1,781	3,171	10,622	10,622
nov/2010	16,895	7,044	-3,420	20,520	-1,955	1,955	3,823	-10,533	10,533
dez/2010	17,137	9,310	-3,420	23,028	-4,058	4,058	16,471	-21,395	21,395
jan/2011	17,379	-12,162	2,931	8,148	2,296	2,296	5,271	21,983	21,983
fev/2011	17,621	-8,051	2,931	12,502	1,345	1,345	1,810	9,715	9,715
mar/2011	17,864	-3,281	2,931	17,513	-0,472	0,472	0,222	-2,767	2,767
abr/2011	18,106	0,755	2,931	21,792	-0,055	0,055	0,003	-0,255	0,255
mai/2011	18,348	5,795	2,931	27,074	-1,984	1,984	3,936	-7,907	7,907
jun/2011	18,590	6,610	2,931	28,130	2,398	2,398	5,750	7,855	7,855
jul/2011	18,832	-2,681	2,931	19,082	-2,157	2,157	4,651	-12,742	12,742
ago/2011	19,074	-2,327	2,931	19,677	2,148	2,148	4,614	9,842	9,842
set/2011	19,316	-2,764	2,931	19,483	4,890	4,890	23,915	20,064	20,064
out/2011	19,558	1,751	2,931	24,240	-2,627	2,627	6,900	-12,154	12,154
nov/2011	19,800	7,044	2,931	29,775	-1,352	1,352	1,827	-4,755	4,755
dez/2011	20,042	9,310	2,931	32,284	-0,992	0,992	0,983	-3,169	3,169
jan/2012	20,284	-12,162	2,931	11,053	1,490	1,490	2,221	11,883	11,883
fev/2012	20,527	-8,051	2,931	15,407	2,217	2,217	4,914	12,578	12,578
mar/2012	20,769	-3,281	2,931	20,418	-2,308	2,308	5,328	-12,746	12,746
abr/2012	21,011	0,755	2,931	24,697	-3,113	3,113	9,690	-14,422	14,422
mai/2012	21,253	5,795	2,931	29,979	-0,662	0,662	0,438	-2,256	2,256
jun/2012	21,495	6,610	2,931	31,036	-0,603	0,603	0,363	-1,981	1,981
jul/2012	21,737	-2,681	2,931	21,987	1,811	1,811	3,281	7,611	7,611
ago/2012	21,979	-2,327	2,931	22,583	1,471	1,471	2,165	6,117	6,117
set/2012	22,221	-2,764	2,931	22,388	0,163	0,163	0,026	0,722	0,722
out/2012	22,463	1,751	2,931	27,145	1,756	1,756	3,082	6,075	6,075
nov/2012	22,705	7,044	2,931	32,681	-0,843	0,843	0,711	-2,648	2,648
dez/2012	22,947	9,310	2,931	35,189	2,931	2,931	8,591	7,689	7,689
jan/2013	23,190	-12,162	2,931	13,958	-1,764	1,764	3,111	-14,464	14,464
fev/2013	23,432	-8,051	2,931	18,312	-1,152	1,152	1,327	-6,712	6,712
mar/2013	23,674	-3,281	2,931	23,323	-0,108	0,108	0,012	-0,466	0,466
abr/2013	23,916	0,755	2,931	27,602	-0,559	0,559	0,312	-2,065	2,065
mai/2013	24,158	5,795	2,931	32,884	1,989	1,989	3,957	5,704	5,704
jun/2013	24,400	6,610	2,931	33,941	5,806	5,806	33,714	14,608	14,608

jul/2013	24,642	-2,681	2,931	24,892	1,010	1,010	1,020	3,899	3,899
ago/2013	24,884	-2,327	2,931	25,488	-0,846	0,846	0,715	-3,431	3,431
set/2013	25,126	-2,764	2,931	25,293	1,995	1,995	3,982	7,312	7,312
out/2013	25,368	1,751	2,931	30,050	2,481	2,481	6,154	7,626	7,626
nov/2013	25,610	7,044	2,931	35,586	2,707	2,707	7,328	7,069	7,069
dez/2013	25,853	9,310	2,931	38,094	8,012	8,012	64,193	17,378	17,378
jan/2014	26,095	-12,162	-3,420	10,512	0,031	0,031	0,001	0,293	0,293
fev/2014	26,337	-8,051	-3,420	14,866	0,114	0,114	0,013	0,758	0,758
mar/2014	26,579	-3,281	-3,420	19,878	0,182	0,182	0,033	0,905	0,905
abr/2014	26,821	0,755	-3,420	24,156	2,071	2,071	4,289	7,896	7,896
mai/2014	27,063	5,795	-3,420	29,438	-4,588	4,588	21,046	-18,461	18,461
jun/2014	27,305	6,610	-3,420	30,495	-3,767	3,767	14,187	-14,092	14,092
jul/2014	27,547	-2,681	-3,420	21,446	0,531	0,531	0,282	2,418	2,418
ago/2014	27,789	-2,327	-3,420	22,042	-2,756	2,756	7,598	-14,293	14,293
set/2014	28,031	-2,764	-3,420	21,848	-0,031	0,031	0,001	-0,141	0,141
out/2014	28,273	1,751	-3,420	26,604	-2,611	2,611	6,819	-10,883	10,883
nov/2014	28,516	7,044	-3,420	32,140	-1,856	1,856	3,445	-6,129	6,129
dez/2014	28,758	9,310	-3,420	34,648	1,645	1,645	2,708	4,534	4,534
jan/2015	29,000	-12,162	-3,420	13,417	1,219	1,219	1,486	8,330	8,330
fev/2015	29,242	-8,051	-3,420	17,771	-0,093	0,093	0,009	-0,528	0,528
mar/2015	29,484	-3,281	-3,420	22,783	-0,142	0,142	0,020	-0,627	0,627
abr/2015	29,726	0,755	-3,420	27,061	-1,070	1,070	1,145	-4,118	4,118
mai/2015	29,968	5,795	-3,420	32,343	2,801	2,801	7,848	7,971	7,971
jun/2015	30,210	6,610	-3,420	33,400	-1,827	1,827	3,337	-5,786	5,786
jul/2015	30,452	-2,681	-3,420	24,352	-1,098	1,098	1,206	-4,724	4,724
ago/2015	30,694	-2,327	-3,420	24,947	-4,202	4,202	17,653	-20,253	20,253
set/2015	30,936	-2,764	-3,420	24,753	-1,156	1,156	1,337	-4,900	4,900
out/2015	31,179	1,751	-3,420	29,509	-0,238	0,238	0,057	-0,814	0,814
nov/2015	31,421	7,044	-3,420	35,045	-3,428	3,428	11,750	-10,841	10,841
dez/2015	31,663	9,310	-3,420	37,553	-3,489	3,489	12,170	-10,241	10,241
jan/2016	31,905	-12,162	-3,420	16,322	-3,422	3,422	11,709	-26,525	26,525
fev/2016	32,147	-8,051	-3,420	20,676	-1,984	1,984	3,937	-10,616	10,616
mar/2016	32,389	-3,281	-3,420	25,688	-0,676	0,676	0,457	-2,704	2,704
abr/2016	32,631	0,755	-3,420	29,966	0,628	0,628	0,394	2,052	2,052
mai/2016	32,873	5,795	-3,420	35,248	-2,930	2,930	8,582	-9,064	9,064
jun/2016	33,115	6,610	-3,420	36,305	-3,236	3,236	10,474	-9,787	9,787
jul/2016	33,357	-2,681	-3,420	27,257	-0,546	0,546	0,298	-2,045	2,045
ago/2016	33,599	-2,327	-3,420	27,852	-0,685	0,685	0,469	-2,520	2,520
set/2016	33,842	-2,764	-3,420	27,658	-12,932	12,932	167,238	-87,819	87,819
out/2016	34,084	1,751	-3,420	32,414	2,635	2,635	6,945	7,519	7,519
nov/2016	34,326	7,044	-3,420	37,950	4,282	4,282	18,338	10,140	10,140
dez/2016	34,568	9,310	-3,420	40,458	0,885	0,885	0,784	2,141	2,141
jan/2017	34,810	-12,162	2,931	25,578	-6,330	6,330	40,071	-32,887	32,887
fev/2017	35,052	-8,051	2,931	29,932	-4,093	4,093	16,756	-15,842	15,842
mar/2017	35,294	-3,281	2,931	34,944	-1,114	1,114	1,241	-3,293	3,293
abr/2017	35,536	0,755	2,931	39,222	-1,987	1,987	3,946	-5,335	5,335
mai/2017	35,778	5,795	2,931	44,504	2,339	2,339	5,473	4,994	4,994
jun/2017	36,020	6,610	2,931	45,561	-0,103	0,103	0,011	-0,227	0,227
jul/2017	36,262	-2,681	2,931	36,513	0,055	0,055	0,003	0,152	0,152
ago/2017	36,505	-2,327	2,931	37,108	1,916	1,916	3,670	4,909	4,909
set/2017	36,747	-2,764	2,931	36,914	-2,094	2,094	4,385	-6,014	6,014
out/2017	36,989	1,751	2,931	41,670	1,456	1,456	2,119	3,375	3,375
nov/2017	37,231	7,044	2,931	47,206	6,498	6,498	42,227	12,100	12,100
dez/2017	37,473	9,310	2,931	49,714	2,609	2,609	6,805	4,986	4,986
jan/2018	37,715	-12,162	2,931	28,483	-8,289	8,289	68,714	-41,049	41,049
fev/2018	37,957	-8,051	2,931	32,837	-6,679	6,679	44,606	-25,532	25,532
mar/2018	38,199	-3,281	2,931	37,849	-1,567	1,567	2,456	-4,320	4,320
abr/2018	38,441	0,755	2,931	42,127	4,745	4,745	22,512	10,123	10,123
mai/2018	38,683	5,795	2,931	47,409	9,675	9,675	93,605	16,949	16,949
jun/2018	38,925	6,610	2,931	48,466	9,731	9,731	94,688	16,720	16,720
jul/2018	39,168	-2,681	2,931	39,418	-7,601	7,601	57,781	-23,891	23,891
ago/2018	39,410	-2,327	2,931	40,013	-1,971	1,971	3,885	-5,181	5,181
set/2018	39,652	-2,764	2,931	39,819	3,525	3,525	12,425	8,132	8,132
out/2018	39,894	1,751	2,931	44,575	-1,223	1,223	1,495	-2,820	2,820
nov/2018	40,136	7,044	2,931	50,111	3,687	3,687	13,596	6,854	6,854
dez/2018	40,378	9,310	2,931	52,619	0,704	0,704	0,495	1,319	1,319
jan/2019	40,620	-12,162	2,931	31,389	-12,517	12,517	156,680	-66,329	66,329
fev/2019	40,862	-8,051	2,931	35,742	-7,011	7,011	49,149	-24,400	24,400
mar/2019	41,104	-3,281	2,931	40,754	-5,054	5,054	25,545	-14,158	14,158
abr/2019	41,346	0,755	2,931	45,032	-7,273	7,273	52,899	-19,262	19,262
mai/2019	41,588	5,795	2,931	50,314	2,819	2,819	7,947	5,306	5,306
jun/2019	41,831	6,610	2,931	51,371	1,459	1,459	2,129	2,762	2,762

Os resultados completos para o modelo multiplicativo, onde $e_t = \text{vendas} - \hat{Y}$ (a série de vendas está disponível em tabelas anteriores):

Mês	T	S	C	$\hat{Y} = T \times S \times C$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$(e_t / Y_t) \times 100$	$ (e_t / Y_t) \times 100 $
jan/2008	8,664	0,5190	0,887	3,988	0,624	0,624	0,390	0,002	0,002
fev/2008	8,906	0,6860	0,887	5,418	1,203	1,203	1,446	0,003	0,003
mar/2008	9,148	0,8748	0,887	7,097	0,494	0,494	0,244	0,001	0,001
abr/2008	9,390	1,0193	0,887	8,489	2,121	2,121	4,497	0,006	0,006
mai/2008	9,632	1,2139	0,887	10,370	0,348	0,348	0,121	0,001	0,001
jun/2008	9,874	1,2422	0,887	10,878	1,693	1,693	2,866	0,005	0,005
jul/2008	10,117	0,9122	0,887	8,184	1,091	1,091	1,191	0,003	0,003
ago/2008	10,359	0,9095	0,887	8,356	1,448	1,448	2,098	0,004	0,004
set/2008	10,601	0,9140	0,887	8,593	0,671	0,671	0,450	0,002	0,002
out/2008	10,843	1,0662	0,887	10,253	1,024	1,024	1,048	0,003	0,003
nov/2008	11,085	1,2728	0,887	12,513	1,924	1,924	3,703	0,005	0,005
dez/2008	11,327	1,3699	0,887	13,761	2,623	2,623	6,878	0,007	0,007
jan/2009	11,569	0,5190	0,887	5,325	0,498	0,498	0,248	0,001	0,001
fev/2009	11,811	0,6860	0,887	7,185	0,742	0,742	0,551	0,002	0,002
mar/2009	12,053	0,8748	0,887	9,351	1,332	1,332	1,775	0,004	0,004
abr/2009	12,295	1,0193	0,887	11,115	-0,433	0,433	0,187	-0,001	0,001
mai/2009	12,537	1,2139	0,887	13,497	-0,487	0,487	0,237	-0,001	0,001
jun/2009	12,780	1,2422	0,887	14,078	1,269	1,269	1,611	0,003	0,003
jul/2009	13,022	0,9122	0,887	10,535	1,840	1,840	3,385	0,005	0,005
ago/2009	13,264	0,9095	0,887	10,699	1,095	1,095	1,199	0,003	0,003
set/2009	13,506	0,9140	0,887	10,948	0,247	0,247	0,061	0,001	0,001
out/2009	13,748	1,0662	0,887	13,000	-0,338	0,338	0,114	-0,001	0,001
nov/2009	13,990	1,2728	0,887	15,792	0,685	0,685	0,469	0,002	0,002
dez/2009	14,232	1,3699	0,887	17,291	2,531	2,531	6,405	0,007	0,007
jan/2010	14,474	0,5190	0,887	6,662	0,415	0,415	0,172	0,001	0,001
fev/2010	14,716	0,6860	0,887	8,953	-0,022	0,022	0,000	0,000	0,000
mar/2010	14,958	0,8748	0,887	11,605	0,649	0,649	0,421	0,002	0,002
abr/2010	15,201	1,0193	0,887	13,741	0,541	0,541	0,293	0,001	0,001
mai/2010	15,443	1,2139	0,887	16,625	0,467	0,467	0,218	0,001	0,001
jun/2010	15,685	1,2422	0,887	17,279	-1,410	1,410	1,987	-0,004	0,004
jul/2010	15,927	0,9122	0,887	12,885	2,397	2,397	5,744	0,006	0,006
ago/2010	16,169	0,9095	0,887	13,042	-0,140	0,140	0,020	0,000	0,000
set/2010	16,411	0,9140	0,887	13,303	0,301	0,301	0,090	0,001	0,001
out/2010	16,653	1,0662	0,887	15,747	1,018	1,018	1,036	0,003	0,003
nov/2010	16,895	1,2728	0,887	19,071	-0,507	0,507	0,257	-0,001	0,001
dez/2010	17,137	1,3699	0,887	20,820	-1,851	1,851	3,425	-0,005	0,005
jan/2011	17,379	0,5190	1,107	9,988	0,455	0,455	0,207	0,001	0,001
fev/2011	17,621	0,6860	1,107	13,386	0,461	0,461	0,212	0,001	0,001
mar/2011	17,864	0,8748	1,107	17,306	-0,264	0,264	0,070	-0,001	0,001
abr/2011	18,106	1,0193	1,107	20,438	1,299	1,299	1,686	0,003	0,003
mai/2011	18,348	1,2139	1,107	24,665	0,425	0,425	0,181	0,001	0,001
jun/2011	18,590	1,2422	1,107	25,572	4,956	4,956	24,565	0,013	0,013
jul/2011	18,832	0,9122	1,107	19,024	-2,098	2,098	4,403	-0,005	0,005
ago/2011	19,074	0,9095	1,107	19,212	2,614	2,614	6,832	0,007	0,007
set/2011	19,316	0,9140	1,107	19,552	4,822	4,822	23,248	0,012	0,012
out/2011	19,558	1,0662	1,107	23,093	-1,480	1,480	2,191	-0,004	0,004
nov/2011	19,800	1,2728	1,107	27,908	0,515	0,515	0,266	0,001	0,001
dez/2011	20,042	1,3699	1,107	30,405	0,887	0,887	0,787	0,002	0,002
jan/2012	20,284	0,5190	1,107	11,658	0,886	0,886	0,784	0,002	0,002
fev/2012	20,527	0,6860	1,107	15,593	2,030	2,030	4,123	0,005	0,005
mar/2012	20,769	0,8748	1,107	20,120	-2,010	2,010	4,041	-0,005	0,005
abr/2012	21,011	1,0193	1,107	23,717	-2,133	2,133	4,549	-0,005	0,005
mai/2012	21,253	1,2139	1,107	28,570	0,747	0,747	0,559	0,002	0,002
jun/2012	21,495	1,2422	1,107	29,568	0,864	0,864	0,747	0,002	0,002
jul/2012	21,737	0,9122	1,107	21,958	1,840	1,840	3,385	0,005	0,005
ago/2012	21,979	0,9095	1,107	22,138	1,916	1,916	3,672	0,005	0,005
set/2012	22,221	0,9140	1,107	22,492	0,059	0,059	0,003	0,000	0,000
out/2012	22,463	1,0662	1,107	26,523	2,377	2,377	5,652	0,006	0,006
nov/2012	22,705	1,2728	1,107	32,003	-0,166	0,166	0,027	0,000	0,000
dez/2012	22,947	1,3699	1,107	34,812	3,308	3,308	10,940	0,008	0,008
jan/2013	23,190	0,5190	1,107	13,327	-1,133	1,133	1,284	-0,003	0,003
fev/2013	23,432	0,6860	1,107	17,800	-0,640	0,640	0,409	-0,002	0,002
mar/2013	23,674	0,8748	1,107	22,934	0,281	0,281	0,079	0,001	0,001
abr/2013	23,916	1,0193	1,107	26,996	0,047	0,047	0,002	0,000	0,000
mai/2013	24,158	1,2139	1,107	32,475	2,398	2,398	5,751	0,006	0,006
jun/2013	24,400	1,2422	1,107	33,564	6,183	6,183	38,224	0,016	0,016
jul/2013	24,642	0,9122	1,107	24,893	1,009	1,009	1,018	0,003	0,003

ago/2013	24,884	0,9095	1,107	25,064	-0,422	0,422	0,178	-0,001	0,001
set/2013	25,126	0,9140	1,107	25,433	1,856	1,856	3,445	0,005	0,005
out/2013	25,368	1,0662	1,107	29,953	2,577	2,577	6,643	0,007	0,007
nov/2013	25,610	1,2728	1,107	36,098	2,195	2,195	4,817	0,006	0,006
dez/2013	25,853	1,3699	1,107	39,219	6,887	6,887	47,426	0,017	0,017
jan/2014	26,095	0,5190	0,887	12,010	-1,467	1,467	2,152	-0,004	0,004
fev/2014	26,337	0,6860	0,887	16,022	-1,043	1,043	1,087	-0,003	0,003
mar/2014	26,579	0,8748	0,887	20,621	-0,562	0,562	0,315	-0,001	0,001
abr/2014	26,821	1,0193	0,887	24,246	1,981	1,981	3,926	0,005	0,005
mai/2014	27,063	1,2139	0,887	29,135	-4,284	4,284	18,356	-0,011	0,011
jun/2014	27,305	1,2422	0,887	30,080	-3,352	3,352	11,234	-0,008	0,008
jul/2014	27,547	0,9122	0,887	22,286	-0,308	0,308	0,095	-0,001	0,001
ago/2014	27,789	0,9095	0,887	22,416	-3,130	3,130	9,797	-0,008	0,008
set/2014	28,031	0,9140	0,887	22,723	-0,906	0,906	0,820	-0,002	0,002
out/2014	28,273	1,0662	0,887	26,735	-2,742	2,742	7,518	-0,007	0,007
nov/2014	28,516	1,2728	0,887	32,188	-1,904	1,904	3,625	-0,005	0,005
dez/2014	28,758	1,3699	0,887	34,938	1,356	1,356	1,838	0,003	0,003
jan/2015	29,000	0,5190	0,887	13,347	1,289	1,289	1,662	0,003	0,003
fev/2015	29,242	0,6860	0,887	17,790	-0,112	0,112	0,012	0,000	0,000
mar/2015	29,484	0,8748	0,887	22,875	-0,234	0,234	0,055	-0,001	0,001
abr/2015	29,726	1,0193	0,887	26,872	-0,881	0,881	0,776	-0,002	0,002
mai/2015	29,968	1,2139	0,887	32,262	2,882	2,882	8,307	0,007	0,007
jun/2015	30,210	1,2422	0,887	33,280	-1,707	1,707	2,915	-0,004	0,004
jul/2015	30,452	0,9122	0,887	24,636	-1,383	1,383	1,912	-0,003	0,003
ago/2015	30,694	0,9095	0,887	24,759	-4,013	4,013	16,108	-0,010	0,010
set/2015	30,936	0,9140	0,887	25,077	-1,481	1,481	2,193	-0,004	0,004
out/2015	31,179	1,0662	0,887	29,482	-0,211	0,211	0,044	-0,001	0,001
nov/2015	31,421	1,2728	0,887	35,467	-3,850	3,850	14,822	-0,010	0,010
dez/2015	31,663	1,3699	0,887	38,467	-4,402	4,402	19,381	-0,011	0,011
jan/2016	31,905	0,5190	0,887	14,684	-1,784	1,784	3,182	-0,004	0,004
fev/2016	32,147	0,6860	0,887	19,557	-0,865	0,865	0,748	-0,002	0,002
mar/2016	32,389	0,8748	0,887	25,128	-0,117	0,117	0,014	0,000	0,000
abr/2016	32,631	1,0193	0,887	29,498	1,096	1,096	1,201	0,003	0,003
mai/2016	32,873	1,2139	0,887	35,390	-3,071	3,071	9,431	-0,008	0,008
jun/2016	33,115	1,2422	0,887	36,481	-3,412	3,412	11,642	-0,008	0,008
jul/2016	33,357	0,9122	0,887	26,986	-0,276	0,276	0,076	-0,001	0,001
ago/2016	33,599	0,9095	0,887	27,102	0,065	0,065	0,004	0,000	0,000
set/2016	33,842	0,9140	0,887	27,432	-12,707	12,707	161,457	-0,031	0,031
out/2016	34,084	1,0662	0,887	32,229	2,821	2,821	7,958	0,007	0,007
nov/2016	34,326	1,2728	0,887	38,746	3,486	3,486	12,153	0,009	0,009
dez/2016	34,568	1,3699	0,887	41,997	-0,653	0,653	0,426	-0,002	0,002
jan/2017	34,810	0,5190	1,107	20,006	-0,758	0,758	0,574	-0,002	0,002
fev/2017	35,052	0,6860	1,107	26,627	-0,789	0,789	0,622	-0,002	0,002
mar/2017	35,294	0,8748	1,107	34,192	-0,362	0,362	0,131	-0,001	0,001
abr/2017	35,536	1,0193	1,107	40,113	-2,878	2,878	8,280	-0,007	0,007
mai/2017	35,778	1,2139	1,107	48,096	-1,253	1,253	1,569	-0,003	0,003
jun/2017	36,020	1,2422	1,107	49,549	-4,092	4,092	16,742	-0,010	0,010
jul/2017	36,262	0,9122	1,107	36,632	-0,064	0,064	0,004	0,000	0,000
ago/2017	36,505	0,9095	1,107	36,768	2,256	2,256	5,087	0,006	0,006
set/2017	36,747	0,9140	1,107	37,195	-2,375	2,375	5,642	-0,006	0,006
out/2017	36,989	1,0662	1,107	43,674	-0,548	0,548	0,300	-0,001	0,001
nov/2017	37,231	1,2728	1,107	52,477	1,227	1,227	1,506	0,003	0,003
dez/2017	37,473	1,3699	1,107	56,848	-4,525	4,525	20,474	-0,011	0,011
jan/2018	37,715	0,5190	1,107	21,675	-1,481	1,481	2,194	-0,004	0,004
fev/2018	37,957	0,6860	1,107	28,834	-2,676	2,676	7,159	-0,007	0,007
mar/2018	38,199	0,8748	1,107	37,006	-0,725	0,725	0,525	-0,002	0,002
abr/2018	38,441	1,0193	1,107	43,393	3,480	3,480	12,107	0,008	0,008
mai/2018	38,683	1,2139	1,107	52,001	5,083	5,083	25,835	0,012	0,012
jun/2018	38,925	1,2422	1,107	53,546	4,651	4,651	21,635	0,011	0,011
jul/2018	39,168	0,9122	1,107	39,567	-7,750	7,750	60,069	-0,019	0,019
ago/2018	39,410	0,9095	1,107	39,694	-1,652	1,652	2,730	-0,004	0,004
set/2018	39,652	0,9140	1,107	40,136	3,208	3,208	10,292	0,008	0,008
out/2018	39,894	1,0662	1,107	47,104	-3,751	3,751	14,071	-0,009	0,009
nov/2018	40,136	1,2728	1,107	56,572	-2,773	2,773	7,691	-0,007	0,007
dez/2018	40,378	1,3699	1,107	61,255	-7,932	7,932	62,917	-0,019	0,019
jan/2019	40,620	0,5190	1,107	23,345	-4,474	4,474	20,014	-0,011	0,011
fev/2019	40,862	0,6860	1,107	31,041	-2,309	2,309	5,333	-0,006	0,006
mar/2019	41,104	0,8748	1,107	39,821	-4,121	4,121	16,983	-0,010	0,010
abr/2019	41,346	1,0193	1,107	46,672	-8,913	8,913	79,434	-0,022	0,022
mai/2019	41,588	1,2139	1,107	55,907	-2,773	2,773	7,691	-0,007	0,007
jun/2019	41,831	1,2422	1,107	57,542	-4,711	4,711	22,197	-0,011	0,011

E as medidas de acuracidade para os dois modelos.

Para o modelo aditivo, após calcular os somatórios é possível substituir os valores nas expressões, sabendo-se que há 138 períodos:

$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t| = \frac{1}{138} \times \sum_{t=1}^{138} |e_t| = \frac{1}{138} \times 406,868 = 2,948$$

$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{138} \times 2207,262 = 15,995$$

$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right| = \frac{1}{138} \times 2550,116 = 18,479\%$$

E para o modelo multiplicativo:

$$EAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n |e_t| = \frac{1}{138} \times \sum_{t=1}^{138} |e_t| = \frac{1}{138} \times 270,136 = 1,958$$

$$EQM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{138} \times 1044,299 = 7,567$$

$$EPAM = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100 \right| = \frac{1}{138} \times 0,679 = 0,005\%$$

Podemos agora sumarizar os resultados:

Medida	Modelo aditivo	Modelo Multiplicativo
EAM	2,948	1,958
EQM	15,995	7,567
EPAM	18,479%	0,005%

Pela tabela acima observamos que as medidas do modelo multiplicativo são **MAIS PRÓXIMAS DE ZERO** do que as do aditivo, e a diferença é significativa: EQM é duas vezes menor, e EPAM é 3695 vezes menor. Sendo assim, conclui-se que o modelo **MULTIPLICATIVO** é o mais apropriado para a série, pois apresenta os menores erros, e deve ser usado para a realização de previsões.

j) Usando todas as componentes que você julgar necessárias, e o modelo escolhido na letra i, faça a previsão da série para os meses de agosto a dezembro de 2019.

Como foi identificado nos itens anteriores, há influência das variações sazonais e também das cíclicas, e o melhor modelo é o multiplicativo. Sendo assim ambas precisam ser levadas em conta nas previsões para os meses restantes de 2019. A equação de previsão para o mês de julho de 2019 será:

$$Vendas_{jul/2019} = (0,242091 \times (\text{período}_{jul/2019}) + 8,421939) \times \text{Índice sazonal}_{julho} \times CI$$

O período correspondente a julho de 2019 será igual a 139, visto que junho de 2019 corresponde a 138. O índice sazonal de julho vale 0,9122, resta obter CI. Devemos utilizar a mediana do ÚLTIMO ciclo completo de alta, visto que 2019 ainda pertence a um ciclo de alta: como visto anteriormente o valor será igual a 1,1489. Então para julho de 2019:

$$Vendas_{jul/2019} = (0,242091 \times (139) + 8,421939) \times 0,9122 \times 1,1489 = 44,094$$

Os dados completos estão na tabela a seguir:

Mês	Período	Tendência	Sazonal	Cíclico	Previsão
Julho de 2019	139	42,073	0,9122	1,1489	44,094
Agosto de 2019	140	42,315	0,9095	1,1489	44,218
Setembro de 2019	141	42,557	0,9140	1,1489	44,690
Outubro de 2019	142	42,799	1,0662	1,1489	52,428
Novembro de 2019	143	43,041	1,2728	1,1489	62,940
Dezembro de 2019	144	43,283	1,3699	1,1489	68,122