

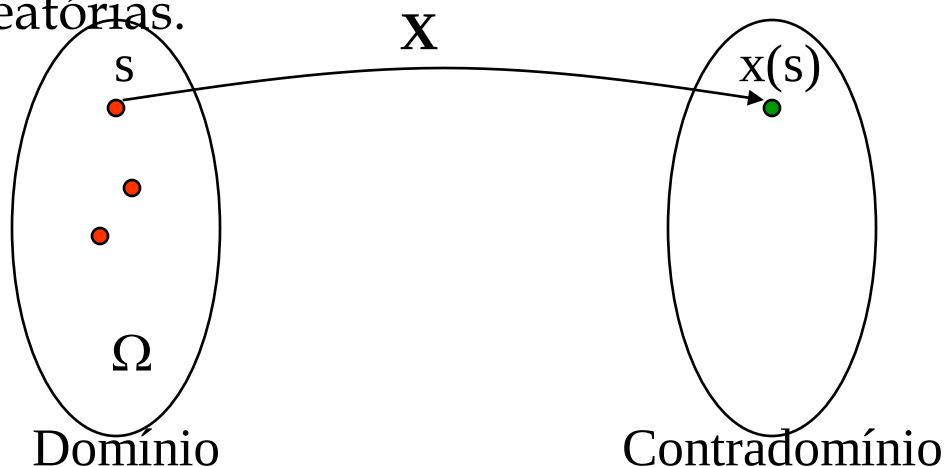


# ESTATÍSTICA

## ◆ Variáveis Aleatórias

Variáveis Aleatórias são **funções** matemáticas que associam números reais aos resultados de um Espaço Amostral.

- ◆ Uma variável quantitativa geralmente agrega mais informação que uma qualitativa.
- ◆ Algumas vezes é mais apropriado construir modelos probabilísticos para Variáveis Aleatórias.



- ◆ Se o contradomínio for finito ou infinito numerável a Variável Aleatória é dita DISCRETA.
- ◆ Se o contradomínio for infinito a Variável Aleatória é dita CONTÍNUA.



# ESTATÍSTICA

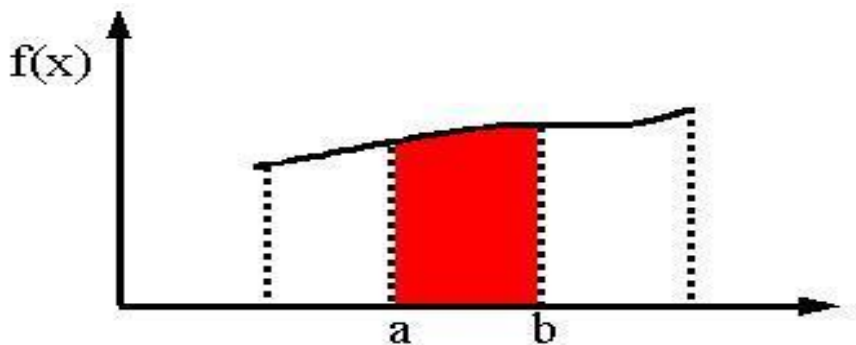
## ◆ Distribuição de Probabilidades

A probabilidade de ocorrência do Espaço Amostral (ou do contradomínio da Variável Aleatória), que vale 1, precisa ser *distribuída* entre os resultados possíveis.

- ◆ Conhecer as probabilidades de cada resultado ou grupo de resultados: tomada de decisão.
- ◆ Variável aleatória discreta: lista de pares valor - probabilidade:

| Valor | Probabilidade |
|-------|---------------|
| 0     | 0,15          |
| 1     | 0,65          |
| 2     | 0,20          |
| Total | 1,0           |

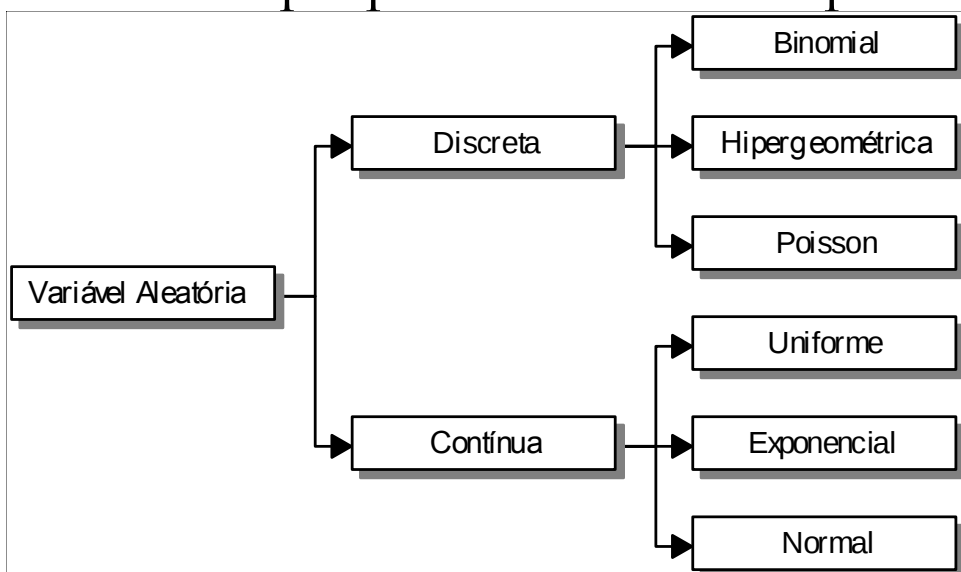
- ◆ Variável aleatória contínua: função densidade de probabilidades, a probabilidade de ocorrência de intervalos de valores será a área abai :





# ESTATÍSTICA

- ◆ Modelos probabilísticos para Variáveis Aleatórias
  - ◆ Em função do tipo de variável (Discreta ou Contínua) e de outros aspectos.
  - ◆ A definição do modelo inclui:
    - ◆ Condições para aplicação.
    - ◆ Parâmetros e fórmulas eventualmente necessários para calcular as probabilidades.
    - ◆ As expressões para cálculo do Valor Esperado e Variância.
  - ◆ Na prática busca-se um modelo probabilístico **EXISTENTE** que possa ser usado no problema.





# ESTATÍSTICA

## ◆ Distribuição Binomial

Modelo probabilístico para Variáveis Aleatórias Discretas.

- ◆ Cada realização do Experimento admite **APENAS** 2 resultados **COMPLEMENTARES**: “sucesso” ou “fracasso”.

Respostas “sim” e “não”; peça defeituosa ou não, alunos matriculados ou não.

- ◆ O número de realizações do experimento é finito E conhecido = **n**
- ◆ A probabilidade de “sucesso” ( $\pi$ ) é **CONSTANTE** ao longo das realizações:
  - ◆ As realizações do Experimento são **INDEPENDENTES**!
- ◆ A Variável Aleatória Discreta que segue a distribuição binomial é o número de sucessos obtidos em n realizações do Experimento.



# ESTATÍSTICA

## ◆ Fórmula binomial

- ◆ Os parâmetros de uma distribuição binomial são o número de realizações (**n**) do Experimento e a probabilidade de “sucesso” (**π**) em cada realização.
- ◆ A probabilidade de que uma Variável Aleatória  $X$  (número de sucessos em **n** tentativas), com distribuição binomial de parâmetros **n** e **π**, assumir um certo valor **x<sub>i</sub>** ( $0 \leq \mathbf{x_i} \leq \mathbf{n}$ ) será:

$$P(X = x_i) = C_{n, x_i} \times \pi^{x_i} \times (1 - \pi)^{n - x_i}$$

$$C_{n, x_i} = \frac{n!}{x_i! \times (n - x_i)!}$$

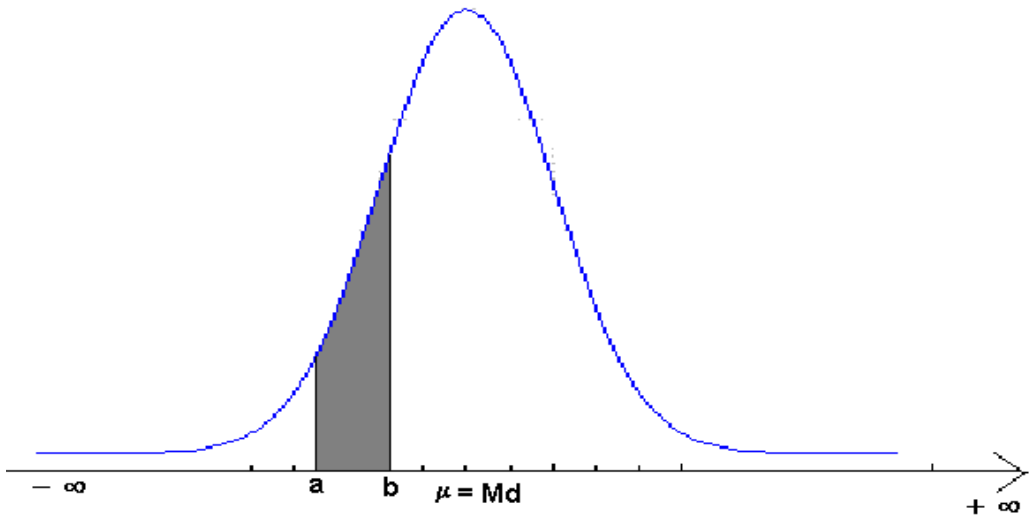
$$0! = 1 \quad x^0 = 1 (\text{para } x \neq 0)$$



# *ESTATÍSTICA*

## ◆ Distribuição Normal

Modelo probabilístico para Variáveis Aleatórias contínuas: curva de Gauss, curva do sino.

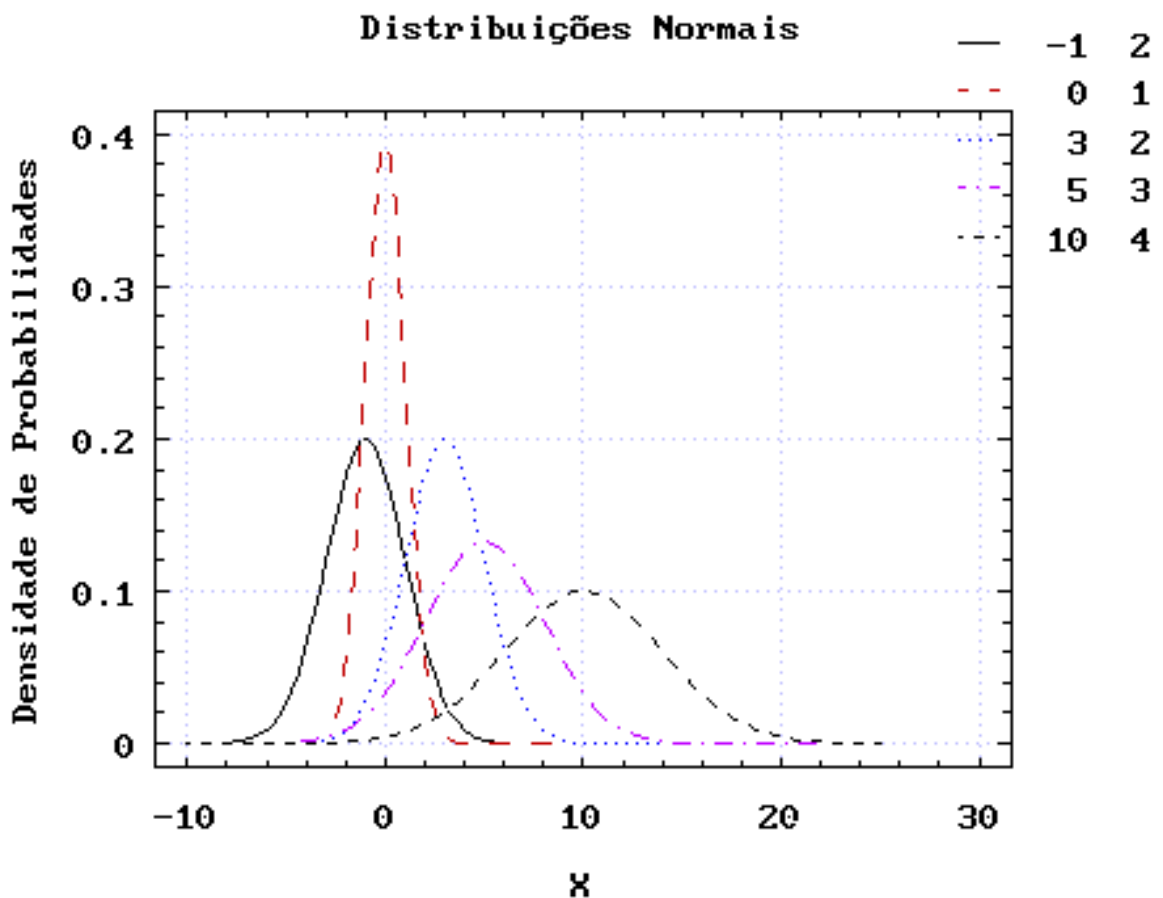


- ◆ Costuma representar com boa aproximação as distribuições de frequências de muitos fenômenos.
- ◆ Pode ser usada para aproximar uma distribuição binomial com grande valor de **n**.
- ◆ As distribuições de médias e proporções de uma variável em grandes amostras tendem a seguir uma distribuição normal.



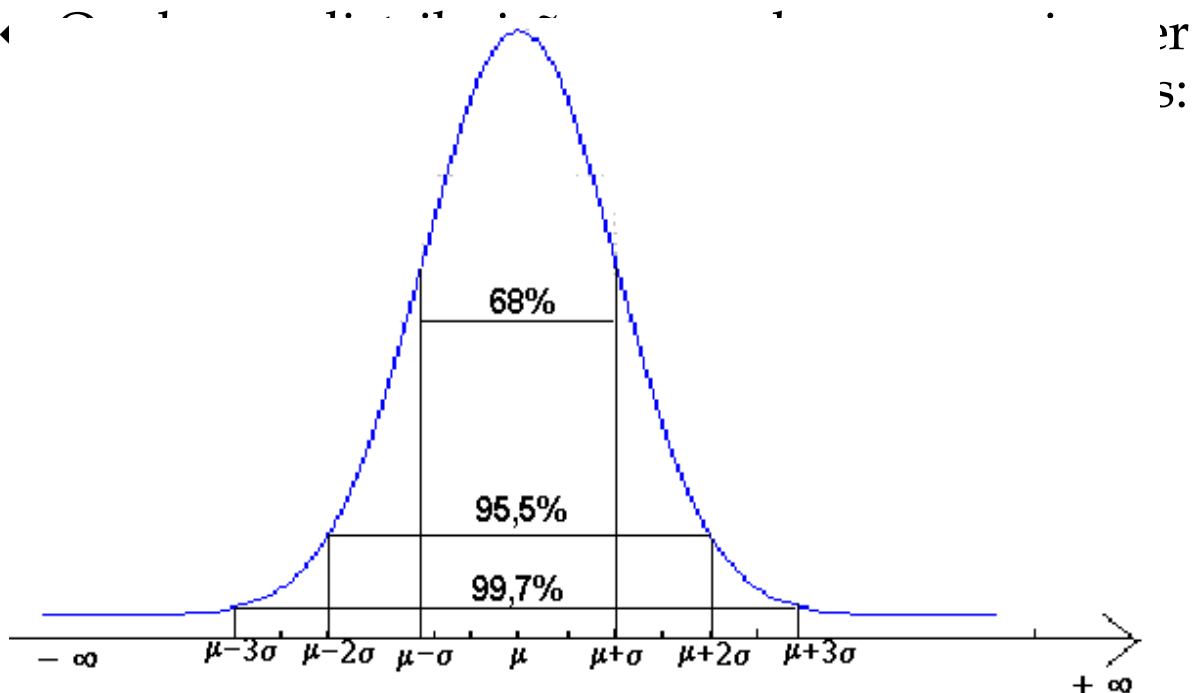
# ESTATÍSTICA

- ◆ Uma distribuição normal é perfeitamente caracterizada por seus parâmetros média ( $\mu$ ) e desvio padrão ( $\sigma$ ):  $N(\mu, \sigma)$ .
- ◆ Para cada par  $(\mu, \sigma)$  há uma distribuição normal diferente:



# ESTATÍSTICA

- ◆ Características das distribuições normais
  - ◆ Os valores de média ( $\mu$ ), mediana e moda são **iguais**: a curva é **SIMÉTRICA** em relação à média.
  - ◆ Teoricamente a curva prolonga-se de  $-\infty$  a  $+\infty$ .
  - ◆ A área sob a curva entre dois pontos é a probabilidade de uma variável normalmente distribuída assumir um valor entre esses pontos.





# ESTATÍSTICA

- ◆ Distribuição normal padrão

Uma variável Z com distribuição normal com média zero e desvio padrão igual a um segue uma distribuição normal padrão.

- ◆ Por uma **transformação** de variáveis é possível converter os valores de qualquer distribuição normal na normal padrão.
- ◆ Obter a distância do(s) ponto(s) de interesse à média em número de desvios padrões:

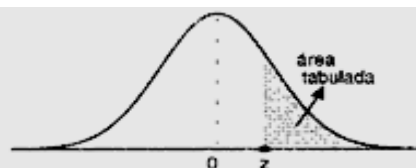
$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- ◆ Z = No. de desvios padrões a partir da média
- ◆ X = valor de interesse
- ◆  $\mu$  = média da distribuição normal
- ◆  $\sigma$  = desvio padrão da distribuição normal
- ◆ Usando Z é possível obter a probabilidade de interesse na tabela da distribuição normal padrão.



# ESTATÍSTICA

**TABELA IV** Distribuição normal padrão.



| z   | segunda decimal de z |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|     | 0,00                 | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
| 0,0 | 0,5000               | 0,4960 | 0,4920 | 0,4880 | 0,4840 | 0,4801 | 0,4761 | 0,4721 | 0,4681 | 0,4641 |
| 0,1 | 0,4602               | 0,4562 | 0,4522 | 0,4483 | 0,4443 | 0,4404 | 0,4364 | 0,4325 | 0,4286 | 0,4247 |
| 0,2 | 0,4207               | 0,4168 | 0,4129 | 0,4090 | 0,4052 | 0,4013 | 0,3974 | 0,3936 | 0,3897 | 0,3859 |
| 0,3 | 0,3821               | 0,3783 | 0,3745 | 0,3707 | 0,3669 | 0,3632 | 0,3594 | 0,3557 | 0,3520 | 0,3483 |
| 0,4 | 0,3446               | 0,3409 | 0,3372 | 0,3336 | 0,3300 | 0,3264 | 0,3228 | 0,3192 | 0,3156 | 0,3121 |
| 0,5 | 0,3085               | 0,3050 | 0,3015 | 0,2981 | 0,2946 | 0,2912 | 0,2877 | 0,2842 | 0,2810 | 0,2776 |
| 0,6 | 0,2743               | 0,2709 | 0,2676 | 0,2643 | 0,2611 | 0,2578 | 0,2546 | 0,2514 | 0,2483 | 0,2451 |
| 0,7 | 0,2420               | 0,2389 | 0,2358 | 0,2327 | 0,2296 | 0,2266 | 0,2236 | 0,2206 | 0,2177 | 0,2148 |
| 0,8 | 0,2119               | 0,2090 | 0,2061 | 0,2033 | 0,2005 | 0,1977 | 0,1949 | 0,1922 | 0,1894 | 0,1867 |
| 0,9 | 0,1841               | 0,1814 | 0,1788 | 0,1762 | 0,1736 | 0,1711 | 0,1685 | 0,1660 | 0,1635 | 0,1611 |
| 1,0 | 0,1587               | 0,1562 | 0,1539 | 0,1515 | 0,1492 | 0,1469 | 0,1446 | 0,1423 | 0,1401 | 0,1379 |
| 1,1 | 0,1357               | 0,1335 | 0,1314 | 0,1292 | 0,1271 | 0,1251 | 0,1230 | 0,1210 | 0,1190 | 0,1170 |
| 1,2 | 0,1151               | 0,1131 | 0,1112 | 0,1093 | 0,1075 | 0,1056 | 0,1038 | 0,1020 | 0,1003 | 0,0985 |
| 1,3 | 0,0968               | 0,0951 | 0,0934 | 0,0918 | 0,0901 | 0,0885 | 0,0869 | 0,0853 | 0,0838 | 0,0823 |
| 1,4 | 0,0808               | 0,0793 | 0,0778 | 0,0764 | 0,0749 | 0,0735 | 0,0722 | 0,0708 | 0,0694 | 0,0681 |
| 1,5 | 0,0668               | 0,0655 | 0,0643 | 0,0630 | 0,0618 | 0,0606 | 0,0594 | 0,0582 | 0,0571 | 0,0559 |
| 1,6 | 0,0548               | 0,0537 | 0,0526 | 0,0516 | 0,0505 | 0,0495 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0465 | 0,0455 |
| 1,7 | 0,0446               | 0,0436 | 0,0427 | 0,0418 | 0,0409 | 0,0401 | 0,0392 | 0,0384 | 0,0375 | 0,0367 |
| 1,8 | 0,0359               | 0,0352 | 0,0344 | 0,0336 | 0,0329 | 0,0322 | 0,0314 | 0,0307 | 0,0301 | 0,0294 |
| 1,9 | 0,0287               | 0,0281 | 0,0274 | 0,0268 | 0,0262 | 0,0256 | 0,0250 | 0,0244 | 0,0239 | 0,0233 |
| 2,0 | 0,0228               | 0,0222 | 0,0217 | 0,0212 | 0,0207 | 0,0202 | 0,0197 | 0,0192 | 0,0188 | 0,0183 |
| 2,1 | 0,0179               | 0,0174 | 0,0170 | 0,0166 | 0,0162 | 0,0158 | 0,0154 | 0,0150 | 0,0146 | 0,0143 |
| 2,2 | 0,0139               | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0125 | 0,0122 | 0,0119 | 0,0116 | 0,0113 | 0,0110 |
| 2,3 | 0,0107               | 0,0104 | 0,0102 | 0,0099 | 0,0096 | 0,0094 | 0,0091 | 0,0089 | 0,0087 | 0,0084 |
| 2,4 | 0,0082               | 0,0080 | 0,0078 | 0,0075 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 | 0,0068 | 0,0066 | 0,0064 |
| 2,5 | 0,0062               | 0,0060 | 0,0059 | 0,0057 | 0,0055 | 0,0054 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0049 | 0,0048 |
| 2,6 | 0,0047               | 0,0045 | 0,0044 | 0,0043 | 0,0041 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0036 |
| 2,7 | 0,0035               | 0,0034 | 0,0033 | 0,0032 | 0,0031 | 0,0030 | 0,0029 | 0,0028 | 0,0027 | 0,0026 |
| 2,8 | 0,0026               | 0,0025 | 0,0024 | 0,0023 | 0,0023 | 0,0022 | 0,0021 | 0,0021 | 0,0020 | 0,0019 |
| 2,9 | 0,0019               | 0,0018 | 0,0017 | 0,0017 | 0,0016 | 0,0016 | 0,0015 | 0,0015 | 0,0014 | 0,0014 |
| 3,0 | 0,00135              |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 3,5 | 0,000 233            |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 4,0 | 0,000 031 7          |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 4,5 | 0,000 003 40         |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| 5,0 | 0,000 000 287        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |