

Modelagem e simulação com aplicação em planejamento de agenda escolar fazendo uso de técnicas de programação matemática e algoritmo genético

Edmilson Domingues

Bacharelado em Sistemas de Informação | INE | CTC



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

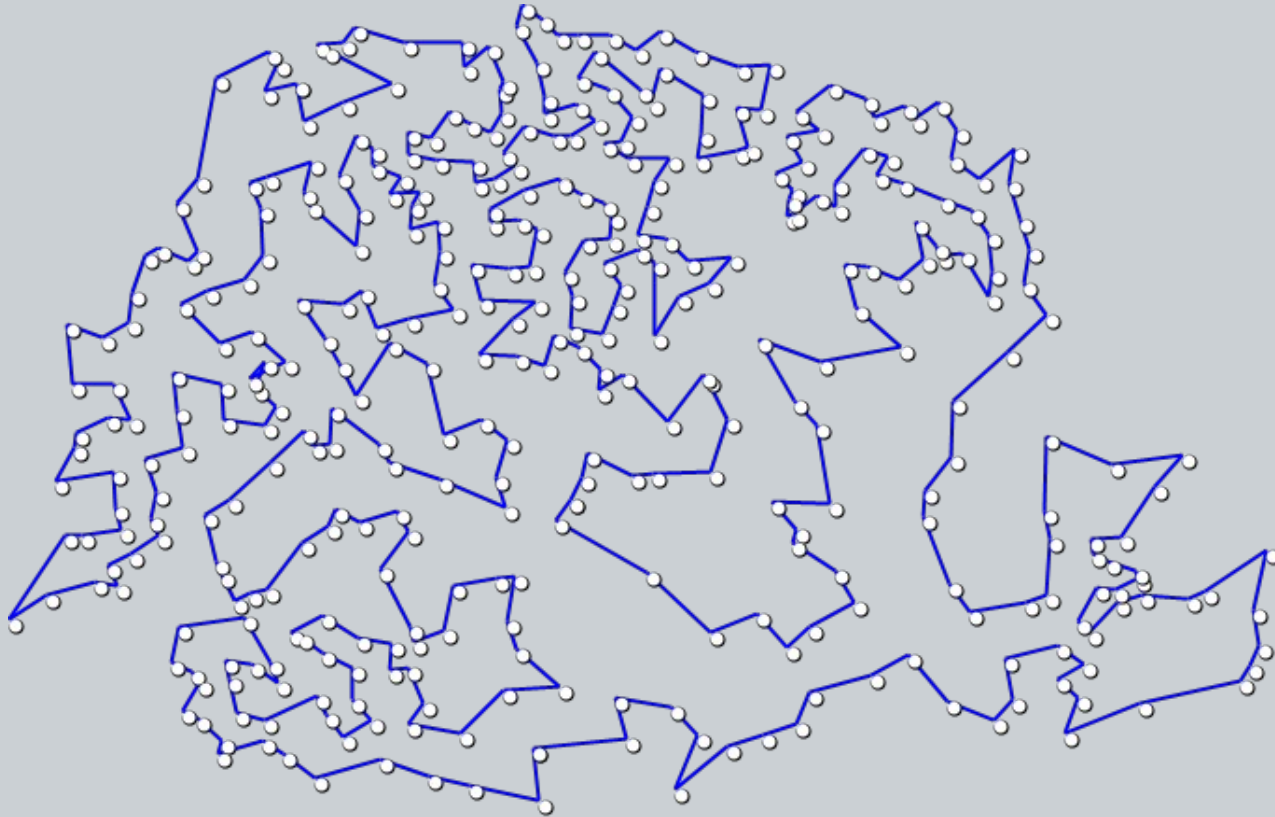
Pesquisa operacional

Segundo THE OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY ([2023]),
“A Pesquisa Operacional (PO) é uma abordagem científica para a
solução de problemas na gestão de sistemas complexos e que
permite aos tomadores de decisão tomarem as melhores decisões.”
(tradução própria)

Caixeiro viajante

“Um caixeiro viajante deve visitar N cidades como parte de um roteiro de vendas. Existe um custo (por exemplo, a milhagem ou tarifa aérea) associada a cada par de cidades no roteiro. Encontre o caminho com o menor custo em que o caixeiro viajante inicie numa cidade, visite todas as cidades exatamente uma vez e retorne ao ponto inicial.” (LUGER, 2004, p. 440)

Caixeiro viajante



http://www.exatas.ufpr.br/porta/degraf_paulo/projetos-problema-do-caixeiro-viajante/

Caixeiro viajante

N: número de cidades a serem visitadas

$$10! = 3.628.800$$

$$15! = 1.307.674.368.000$$

$$100! = 9,3326 \text{ E } +157$$

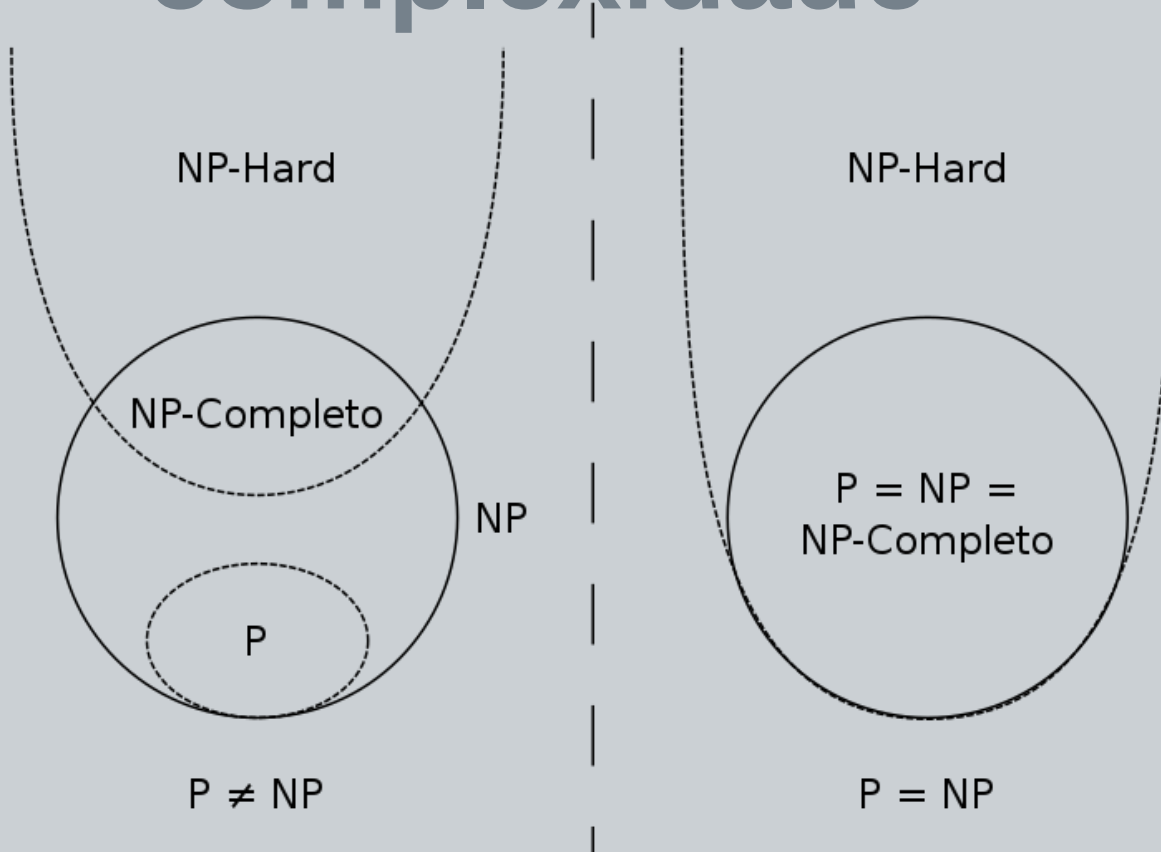
School timetabling problem

- Este campo de trabalho está voltado ao planejamento da agenda escolar (PILLAY, 2014), onde são definidas as grades horárias de turmas e professores, alocação de recursos físicos, com base nas restrições existentes em cada unidade educacional.
 - Turmas
 - Disciplinas
 - Professores
 - Grades horárias

School timetabling problem

- Aplicação real - unidades educacionais na Grande Florianópolis
- 129 instâncias reais com dados completos
- $25! = 1,55 \text{ E } +25$

STP - complexidade



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/66/P_np_np-completo_np-hard.svg/800px-P_np_np-completo_np-hard.svg.png

Problema x solução



Fonte: Internet

Restrições - hard

- São restrições que precisam ser atendidas em sua plenitude.

Restrições hard adotadas

- Para uma dada turma não pode haver coincidência de disciplinas, diferentes ou não, sendo ministradas em um mesmo slot de horário;
- Cada professor só pode ocupar um slot de horário por vez;
- Cada disciplina de cada turma é ministrada somente uma vez por dia;
- Cada professor possui um limite de aulas que ele pode ministrar por semana;
- O número de créditos de cada disciplina tem que ser cumprido.

Restrições - soft

- São restrições que não precisam ser atendidas em sua plenitude. No nosso caso estamos adotando a caracterização de uma janela como sendo um slot vago, entre duas aulas previstas, na agenda de cada professor. Cada janela é contada e busca-se minimizar o número de janelas totais.

Caracterização de janelas

Professor A	Professor A	Professor A	Professor A	Professor A
Professor A	Professor A	Professor A	Professor A	Professor A
Professor A		Professor A	Professor A	Professor A
Professor A	Professor A	Professor A		Professor A
Professor A	Professor A	Professor A	Professor A	Professor A

Função objetivo

- A função objetivo visa encontrar uma solução que é caracterizada como a solução ótima (aquela de valor máximo ou mínimo para o problema). No nosso caso, o menor número de janelas para os professores. A função objetivo está relacionada com a qualidade da solução.

Modelagem

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n)$$

Variáveis não negativas

- n representa o número de variáveis do problema

Modelagem

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1, \dots, n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, \dots, m)$$

Número finito de restrições

- n representa o número de variáveis do problema
- m representa o número de inequações do problema

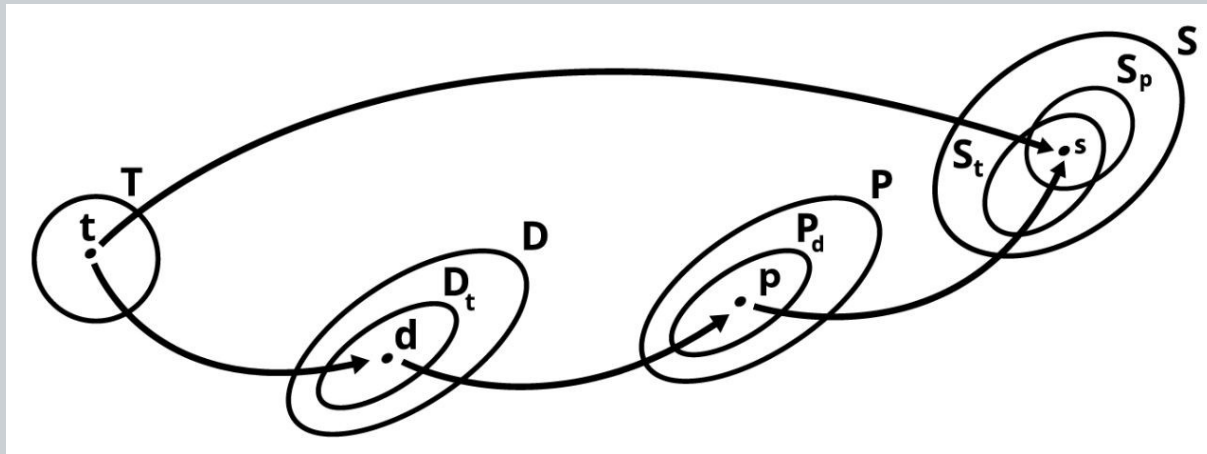
Modelagem

$$\text{minimize } \sum_{j=1, \dots, n} c_j x_j$$

Função linear a ser minimizada

Modelagem - exemplo de equacionamento matemático

$$\left[\sum_{\text{tuplas } (d, p)} x_{tdps} \leq 1 \right] \text{ para toda tupla } (t, s)$$



Aplicação STP (1 unidade)

- 6.750 variáveis binárias referentes (t, d, p, s)
- 1.020 variáveis binárias referentes a janelas
- 4.385 equações / inequações (restrições)
- 1 função objetivo (minimização do total de janelas)

Soluções tecnológicas

- A primeira técnica que adotamos foi uma solução matemática denominada Programação Linear (área Matemática);
- Uma segunda técnica - adota Algoritmos Genéticos (área de Inteligência Artificial).

Solução matemática

- A primeira técnica que adotamos foi uma solução Ainda segundo (WILHELM, [20--], p. 8), são apresentados os tipos de modelagem matemática.

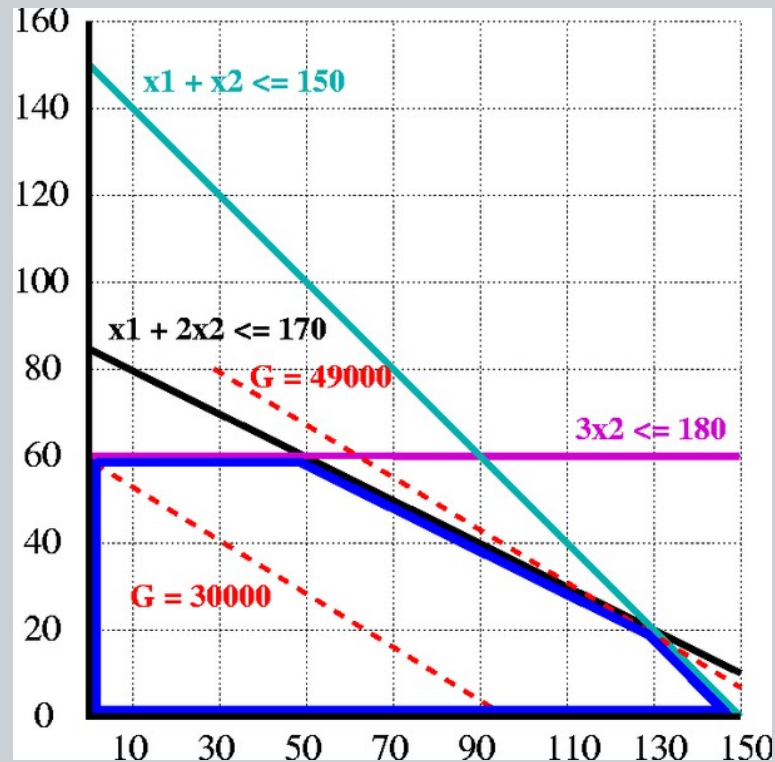
“Tipos de modelos de programação matemática:

- Programação linear
- Programação inteira
- Programação não linear
- Programação dinâmica
- Programação binária
- Outros”

Programação Linear Inteira

- **Método SIMPLEX**
- **Método Branch & Bound**

Programação Linear Inteira



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/46/Linear_programming_polytope.png/606px-Linear_programming_polytope.png

Programação Linear Inteira

	52	51	2.00000	16	24	11.00000	0.00000	100%	1271	15s
	354	403	0.00000	42	43	11.00000	0.00000	100%	364	20s
H	505	483				10.0000000	6.00000	40.0%	348	26s
	505	1	6.00000	0	16	10.00000	6.00000	40.0%	0.0	30s

Cutting planes:

Gomory: 9

MIR: 58

Zero half: 59

RLT: 21

Explored 505 nodes (297912 simplex iterations) in 31.09 seconds

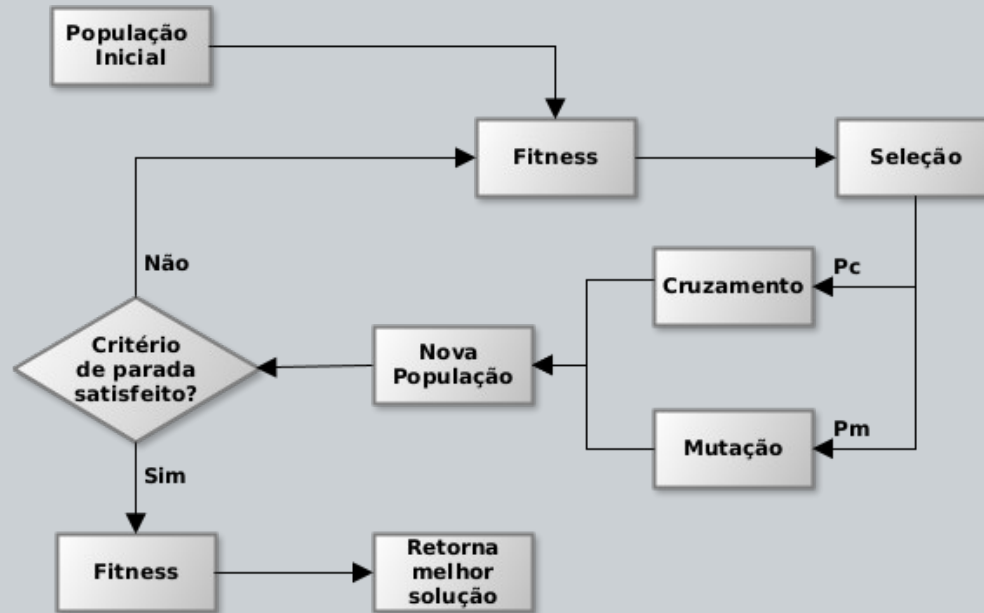
Thread count was 4 (of 4 available processors)

Solution count 6: 10 11 14 ... 27

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.000000000000e+01, best bound 1.000000000000e+01, gap 0.0000%

Algoritmos Genéticos



<https://bioinfo.com.br/wp-content/uploads/2021/04/word-image.png>

Algoritmos Genéticos

- **Algoritmo próprio**

Algoritmos Genéticos

```
10 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 148, 148, 148,
11 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 148, 148, 148,
12 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 148, 148, 148,
13 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 148, 148, 148,
14 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 149, 148, 148,
15 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 149, 149, 148,
16 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 149, 149, 148,
17 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 149, 149, 147,
18 Turma: 40 individuo_fitness: [149, 149, 149, 149,
Encontrei solução através de manipulação genética.
Veze: ----- 18
Janelas até aqui: 133
Total de X: 952
Total de Y: 10
Total de xx: 952
1142 iterações.
60.9922638018926 minutos.
```

Resultado - grade professor

Professor(a): AMBS

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Turma: 100 Disciplina: ARTE Slot: 0 C: C1400		Turma: 201 Disciplina: ARTE Slot: 22 C: C1035	Turma: 200 Disciplina: ARTE Slot: 33 C: C1515	Turma: 90 Disciplina: ARTE Slot: 44 C: C1220
Turma: 300 Disciplina: ARTE Slot: 1 C: C1051	Turma: 60 Disciplina: ARTE Slot: 12 C: C1456	Turma: 90 Disciplina: ARTE Slot: 23 C: C1211	Turma: 60 Disciplina: ARTE Slot: 34 C: C1466	Turma: 81 Disciplina: ARTE Slot: 45 C: C1196
Turma: 101 Disciplina: ARTE Slot: 2 C: C1427	Turma: 81 Disciplina: ARTE Slot: 13 C: C1182	Turma: 100 Disciplina: ARTE Slot: 24 C: C1412	Turma: 300 Disciplina: ARTE Slot: 35 C: C1067	Turma: 80 Disciplina: ARTE Slot: 46 C: C1172
Turma: 80 Disciplina: ARTE Slot: 3 C: C1153	Turma: 101 Disciplina: ARTE Slot: 14 C: C1433			
Turma: 61 Disciplina: ARTE Slot: 4 C: C1479	Turma: 61 Disciplina: ARTE Slot: 15 C: C1484			

Resultado - grade turma

Turma: 200

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Disciplina: HISTÓRIA Professor(a): HCN Slot: 0	Disciplina: LÍNGUA PORTUGUESA E LITERATURA Professor(a): PRDR Slot: 11	Disciplina: SOCIOLOGIA Professor(a): VMV Slot: 22	Disciplina: ARTE Professor(a): AMBS Slot: 33	Disciplina: LÍNGUA PORTUGUESA E LITERATURA Professor(a): PRDR Slot: 44
Disciplina: LÍNGUA PORTUGUESA E LITERATURA Professor(a): PRDR Slot: 1	Disciplina: SOCIOLOGIA Professor(a): VMV Slot: 12	Disciplina: MATEMÁTICA Professor(a): DJDSG Slot: 23	Disciplina: FÍSICA Professor(a): DGC Slot: 34	Disciplina: MATEMÁTICA Professor(a): DJDSG Slot: 45
Disciplina: EDUCAÇÃO FÍSICA Professor(a): VDSS Slot: 2	Disciplina: FÍSICA Professor(a): DGC Slot: 13	Disciplina: LÍNGUA ESTRANGEIRA - INGLÊS Professor(a): SS Slot: 24	Disciplina: EDUCAÇÃO FÍSICA Professor(a): VDSS Slot: 35	Disciplina: QUÍMICA Professor(a): ASDS Slot: 46
Disciplina: GEOGRAFIA Professor(a): AFPFV Slot: 3	Disciplina: MATEMÁTICA Professor(a): DJDSG Slot: 14	Disciplina: GEOGRAFIA Professor(a): AFPFV Slot: 25	Disciplina: QUÍMICA Professor(a): ASDS Slot: 36	Disciplina: FILOSOFIA Professor(a): CMP Slot: 47
Disciplina: LÍNGUA ESTRANGEIRA - INGLÊS Professor(a): SS Slot: 4	Disciplina: BIOLOGIA Professor(a): ASDMS Slot: 15	Disciplina: BIOLOGIA Professor(a): ASDMS Slot: 26	Disciplina: FILOSOFIA Professor(a): CMP Slot: 37	Disciplina: HISTÓRIA Professor(a): HCN Slot: 48

Orientador

Prof. Dr. Álvaro Junio Pereira Franco
Departamento de Informática e Estatística - UFSC



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

APOIO

FAPESC e PROPESQ-UFSC



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Referências

FRANCO, Álvaro Junio Pereira. **Enturmação**. Florianópolis: UFSC, 2021. 10 p.

LUGER, George F. **Inteligência artificial: estruturas e estratégias para a solução de problemas complexos** / George F. Luger; trad. Paulo Engel. - 4. ed. - Porto Alegre: Bookmann, 2004.

PILLAY, N. A survey of school timetabling research. *Ann Oper Res* 218, 261–293 (2014).
<https://doi.org/10.1007/s10479-013-1321-8>

THE OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY (Birmingham - United Kingdom) (org.). **What is Operatinal Research?** [2023]. Disponível em: <https://www.theorsociety.com/contact-us/>. Acesso em: 14 agosto 2023.

Referências

WILHELM, Volmir; KLEINA, Mariana. **PESQUISA OPERACIONAL - Introdução**. [20--]. Disponível em: https://docs.ufpr.br/~volmir/PO_I_01_introducao.pdf. Acesso em: 15 maio 20 3.

WODTKE, Lucas Henrique Gonçalves. **Otimização na Gerência Acadêmica Utilizando Técnicas de Programação Linear e Inteira**. 2022. 117 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis (SC), 2022.

Contato

E-mail: edmilson.domingues1@gmail.com



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA