

Lista de Exercícios

- Dado o conjunto $X = \{1, 2, 3, 4\}$ e seja
 $R = \{(x, y) | X \in X \wedge y \in X \wedge ((x - y) \text{ é múltiplo de } 2)\}$
 $S = \{(x, y) | X \in X \wedge y \in X \wedge ((x - y) \text{ é múltiplo de } 3)\}$
 - Enumere R
 - Enumere S
 - Enumere $R \cup S$
 - Enumere $R \cap S$
- Dadas as relações $P = \{(1, 2), (2, 4), (3, 3)\}$ e $Q = \{(1, 3), (2, 4), (4, 2)\}$

Ache

 - $P \cup Q$
 - $P \cap Q$
 - o domínio de P
 - o domínio de Q
 - o domínio de $P \cup Q$
 - a imagem P
 - a imagem de Q
 - a imagem de $P \cap Q$
- Dada o conjunto $S = \{1, 2, 3, 4\}$ e a relação ρ em S definida por

$$\rho = \{(1, 2), (4, 3), (2, 2), (2, 1), (3, 1)\}$$

Mostre que ρ não é transitiva. Desenhe o grafo e a matriz da relação. Ache uma relação ρ_2 tal que $\rho \subseteq \rho_2$ e na qual ρ_2 seja transitiva.

- Determine as propriedades das relações mostradas na figura abaixo e escreva as matrizes correspondentes.

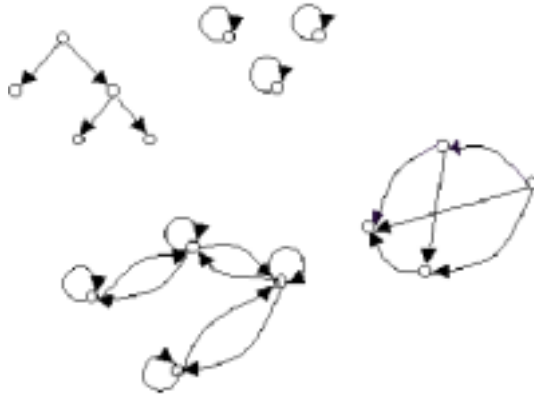


Figure 1: Grafos de relações binárias

5. Seja $X = \{1, 2, \dots, 7\}$ e $\rho = \{(x - y) \mid x - y \text{ é divisível por } 3\}$.
Mostre que ρ é uma relação de equivalência e desenhe o grafo de ρ .
6. Seja \mathbb{Z} o conjunto dos inteiros e seja ρ a relação chamada “módulo congruente 3” definida por
 $\rho = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \wedge (x - y) \text{ é divisível por } 3\}$.
Determine as classes de equivalência geradas pelos elementos de \mathbb{Z} .
7. Seja $X = \{a, b, c, d, e\}$ e seja $C = \{\{a, b\}, \{c\}, \{d, e\}\}$. Mostre, explicitando a relação de equivalência ρ que define C como uma partição de X .
8. Seja o conjunto $A = \{a, b, c\}$ e o conjunto
 $X = P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A\}$.
Mostre que a relação de inclusão (\subseteq) é uma relação de ordem. Esta relação é de ordem total ou parcial? Porque?
9. Sejam os conjuntos $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$
e $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$.
Dadas as relações $R = \{(x_1, y_3), (x_2, y_2), (x_2, y_3), (x_3, y_5), (x_5, y_4), (x_6, y_4)\}$ e
 $S = \{(y_1, z_2), (y_2, z_1), (y_3, z_4), (y_4, z_3), (y_5, z_4)\}$.
Ache a relação $R \circ S$.